IT CookBook, 디지털 신호 처리 : 기본 이론부터 MATLAB 실습까지

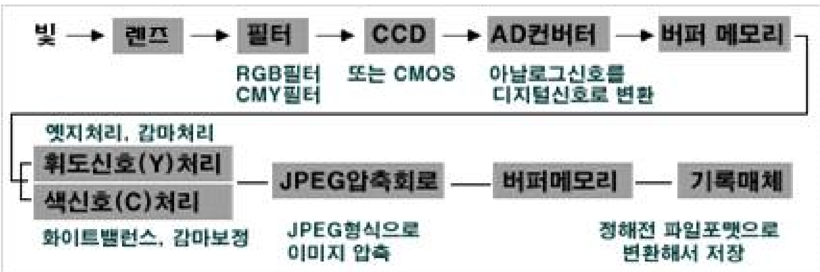
[연습문제 답안 이용 안내]

Chapter 01 연습문제 답안

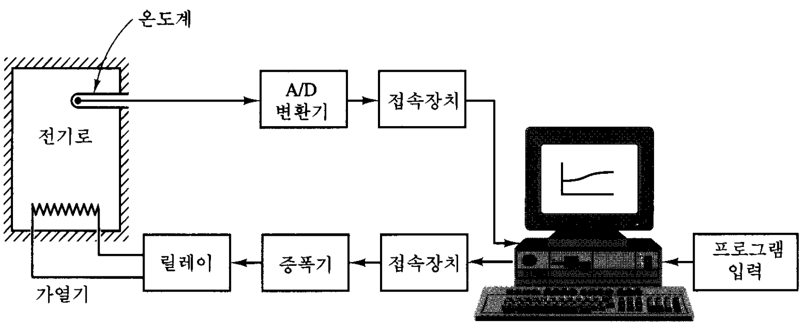
1.1 아날로그 카메라와 디지털 카메라

	아날로그 카메라	디지털 카메라
크기와 무게	소형화, 경량화에 한계가 있음	소형화, 경량화가 용이함
이미지 저장	필름, 저장 용량 작음(1회 100장 미만)	메모리 IC, 저장 용량 큼(메모리 크기에 비례)
화질	고화질 & 확대해도 화질 유지	화소에 따라 화질 다름 & 확대시 화질 저하
이미지 처리	인화 과정을 거쳐야 하고 복잡함	찍는 즉시 메모리에 저장되고 사용 가능
부가 기능	이미지 보정이 어려움(필름 수정)간단한 효과만 가능	이미지 보정이 쉽고 간단함 다양한 효과 연출 가능
이미지 공유	다른 기기와 이미지 공유 불가능	다양한 디지털 기기와 링크하여 이미지 공유 가능

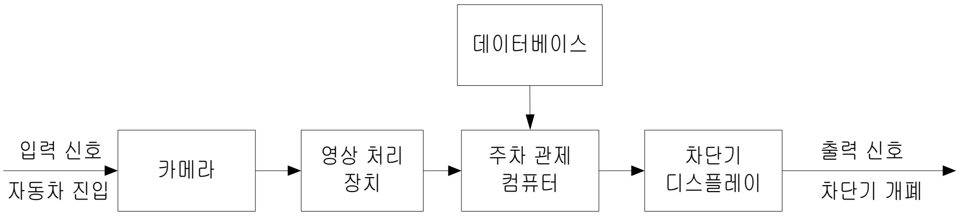
1.2 1) 디지털 카메라



2) 온도 자동 조정 시스템



1.3



자동 주차 관제 시스템 보안 시스템 블록선도

1.4 (a) 진폭 $A=4$, 주기 $T=12$, 주파수 $f_0=\frac{1}{12}$, 위상 $\phi=\frac{2\pi}{3}$

(b) 진폭 $A=4$, 주기 $T=0.6$, 주파수 $f_0=\frac{5}{3}$, 위상 $\phi=\frac{2\pi}{3}$

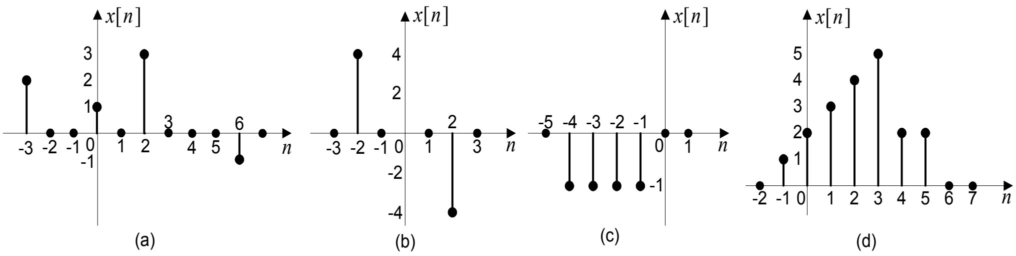
1.5 (a) $E_{x_1}=\frac{2}{3}$

(b) $E_{x_2}=\frac{3}{4}$

(c) $P_{x_3}=4$

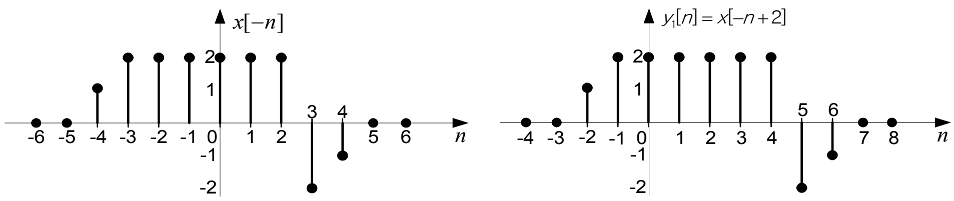
Chapter 02 연습문제 답안

2.1

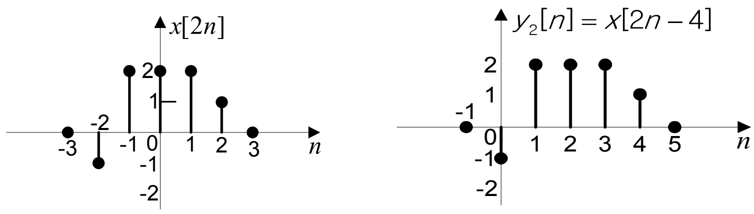


(a) (b) (c) (d)

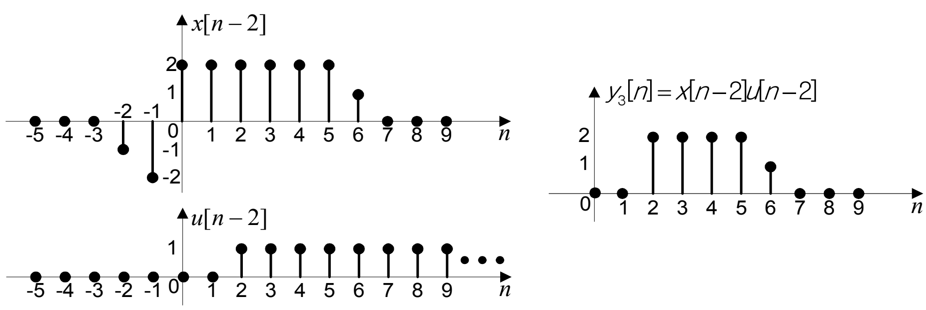
2.2 (a)



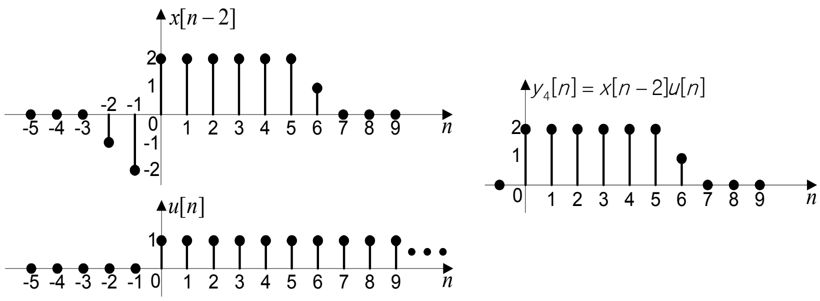
(b)



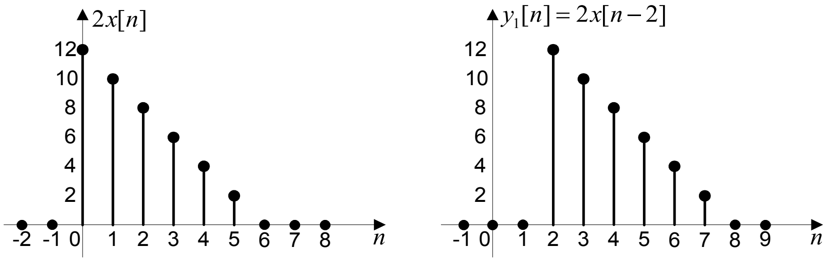
(c)



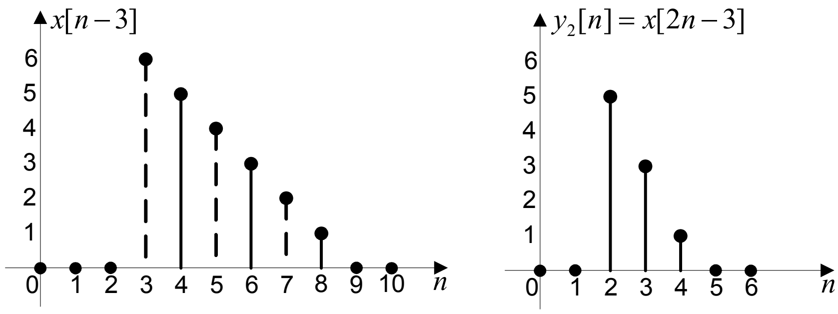
(d)


$x[n-2]$
$u[n]$
$y_4[n] = x[n-2]u[n]$
n

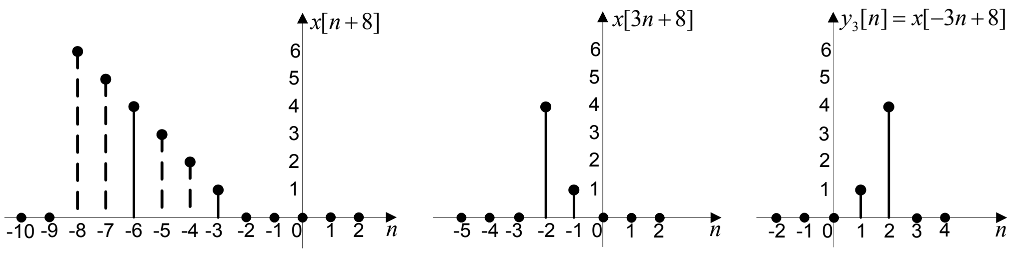
2.3 (a)


$2x[n]$
$y_1[n] = 2x[n-2]$
n

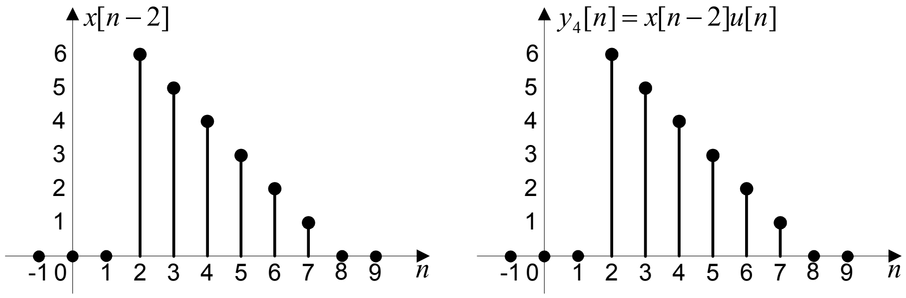
(b)


$x[n-3]$
$y_2[n] = x[2n-3]$
n

(c)


$x[n+8]$
$x[3n+8]$
$y_3[n] = x[-3n+8]$
n

(d)



2.4 (a) $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2]$

(b) $x[n] = -\delta[n+5] + \delta[n+4] + \delta[n+3] + 2\delta[n+2] + 2\delta[n+1]$
$+ 2\delta[n] + 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2] + \delta[n-3] + \delta[n-4] - \delta[n-5]$

2.5 $x[n] = -\delta[n+4] - 2\delta[n+3] + 2\delta[n+2] + 2\delta[n+1]$
$+ 2\delta[n] + 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2] + 2\delta[n-3] + \delta[n-4]$

2.6 (a) 주기 $N = \dfrac{2\pi}{\pi/4} = 8$인 주기 신호

(b) 주기 $N = 20$인 주기 신호

(c) 주기 신호가 아님

(d) 주기 $N = 15$인 주기신호

(e) 주기 $N = 70$인 주기 신호

(f) 주기 $N = 24$인 주기 신호

2.7 (a) 주기 신호이고 주기는 $N_1 = \begin{cases} N/2, & N = \text{짝수} \\ N, & N = \text{홀수} \end{cases}$

(b) 주기 신호이고 주기는 $N_2 = N^2$

(c) 주기 신호가 아님

(d) 주기 신호이고 주기는 $N_4 = N$

2.8 (a) 에너지 신호, $E = 63$

(b) 에너지 신호, $E = 2.78$

(c) 전력 신호, $P = 0.5$

(d) 에너지 신호도 아니고 전력 신호도 아님

2.9 (a) 선형 시스템, 시불변 시스템, 인과 시스템, 안정한 시스템

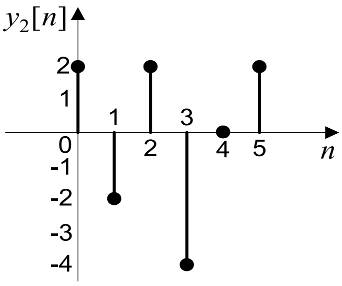
(b) 선형 시스템, 시불변 시스템, 비인과 시스템, 안정한 시스템

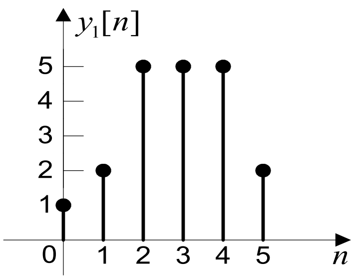
(c) 비선형 시스템, 시불변 시스템, 인과 시스템, 안정한 시스템
(d) 비선형 시스템, 시불변 시스템, 인과 시스템, 안정한 시스템
(e) 선형 시스템, 시변 시스템, 인과 시스템, 안정한 시스템
(f) 선형 시스템, 시불변 시스템, 비인과 시스템, 안정한 시스템

2.10 (a) 선형 시스템, 시불변 시스템, 인과 시스템
(b) 선형 시스템, 시불변 시스템, 인과 시스템
(c) 선형 시스템, 시변 시스템, 인과 시스템
(d) 선형 시스템, 시변 시스템, 비인과 시스템

2.11 (a) $y_2[n] = x_1[n-1] - 4x_1[n-5]$
(b) $y_1[n] = x_2[n-1] - 4x_2[n-5]$

2.12 $y_1[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 5\delta[n-2] + 5\delta[n-3] + 5\delta[n-4] + 2\delta[n-5]$
$y_2[n] = 2\delta[n] - 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2] - 4\delta[n-3] + 2\delta[n-5]$

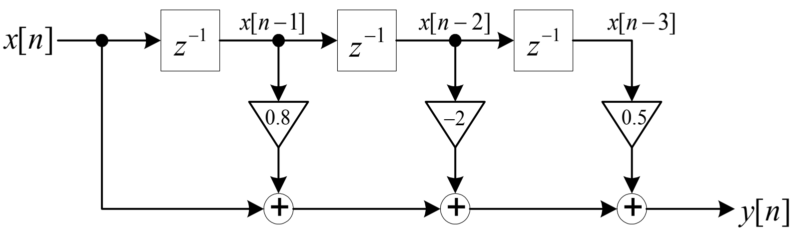




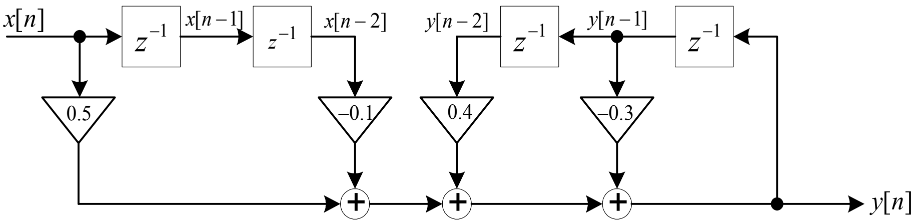
2.13 (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓

2.14 (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓

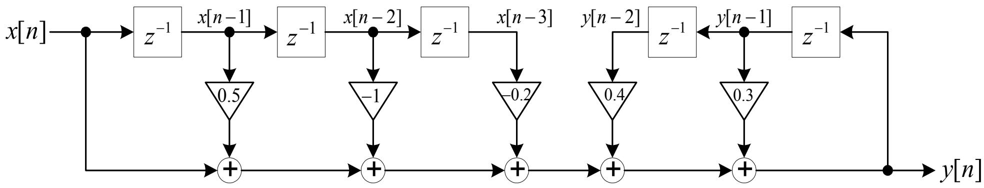
2.15 (a)



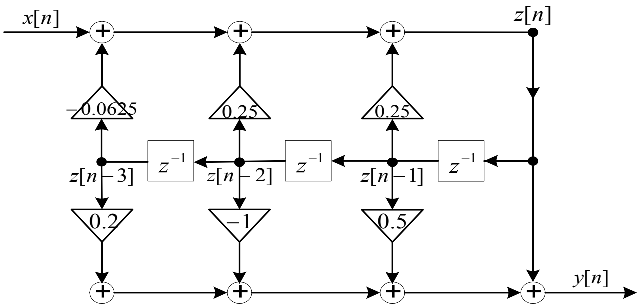
(b)

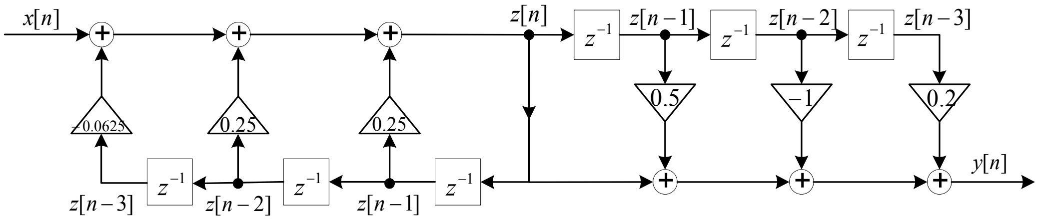


(c)



(d) 아래의 두 가지 형태가 가능





2.16 (a) $y[n]-4y[n-1]=2x[n]+3x[n-1]$

(b) $y[n]-4y[n-1]-3y[n-2]=2x[n]+3x[n-1]+4x[n-2]$

Chapter 03 연습문제 답안

3.1 (a) $h[n] = (-2)^n u[n]$

(b) $h[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ \frac{1}{2}(-2)^n, & n \geqq 1 \end{cases}$

(c) $h[n] = (-1)^n - (-2)^n$

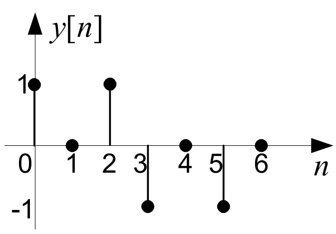
(d) $h[n] = (1+n)2^n$

3.2 (a) $h[n] = [\check{1},\ -2,\ 3]$

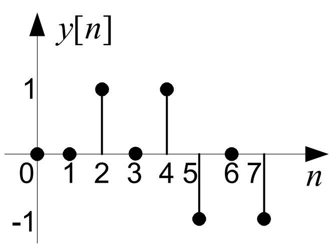
(b) $h[n] = [\check{1},\ 2,\ 2,\ 3]$

(c) $h[n] = [\breve{0.5},\ 0.5]$

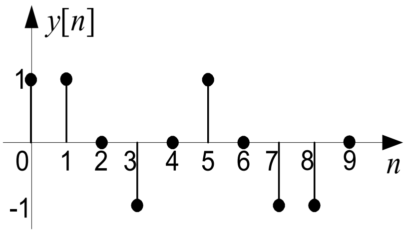
3.3 (a) $y[n] = [\check{1},\ 0,\ 1,\ -1,\ 0,\ -1]$



(b) $y[n] = [\check{0},\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ -1,\ 0,\ -1]$



(c) $y[n] = [\check{1},\ 1,\ 0,\ -1,\ 0,\ 1,\ 0,\ -1,\ -1]$



3.4 (a) $y[n] = [-1,\ 0,\ -2,\ 1,\ 0,\ \check{4},\ 4,\ -4,\ ,\ 4,\ 0,\ 0,\ 4]$

(b) $y[n] = [\check{0},\ 0,\ 1,\ 3,\ 3.5,\ 3,\ 2,\ 0.8,\ -1.1,\ -1.6,\ -1.1,\ -0.1,\ 0.1]$

3.5 (a) $y[n] = [\check{1},\ 6,\ 13,\ 20,\ 28,\ 16,\ 16]$

(b) $y[n] = [4,\ 14,\ 17,\ \check{30},\ 17,\ 14,\ 4]$

(c) $y[n] = [16,\ 16,\ 28,\ 20,\ 13,\ 6,\ \check{1}]$

(d) $y[n] = [\check{1},\ 6,\ 13,\ 20,\ 28,\ 16,\ 16]$

3.6 (a) $y[n] = u[n]$

(b) $$y[n]] = \sum_{k=0}^{n} (\frac{1}{2})^{n-k} = \frac{1-(\frac{1}{2})^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 2-(\frac{1}{2})^{n}, \quad n \geqq 0$$

(c) $$y[n] = b^{n}\sum_{k=0}^{n} (\frac{a}{b})^{k} = \begin{cases} (n+1)b^{n}, & a=b \\ b^{n}\dfrac{1-(\frac{a}{b})^{n+1}}{1-\frac{a}{b}} = \dfrac{b^{n+1}-a^{n+1}}{b-a}, & a \neq b \end{cases}, \quad n \geqq 0$$

3.7 (a) $y_1[n] = [\check{1},\ 1,\ 2,\ 2,\ 2,\ -4,\ 1,\ -5]$

(b) $y_2[n] = [\check{5},\ -1,\ 4,\ -2,\ -2,\ -2,\ -1,\ -1]$

(c) $y[n] = [\check{1},\ 1,\ 2,\ 2,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -2,\ -2,\ -1,\ -1]$

(d) $x[n] = x_1[n] + x_2[n-5]$이므로 중첩의 원리를 적용하면 됨

$y[n] = y_1[n] + y_2[n-5]$

3.8 $h[n]=(h_1[n]+h_2[n])*h_3[n]+h_4[n]=u[n-4]+a^n u[n]$

3.9 (a) 시스템1:

$$y[n]=\sum_{k=0}^{n}4(0.5)^{(n+k)}=4\frac{(0.5)^n-(0.5)^{2n+1}}{1-0.5}u[n]=8[(0.5)^n-(0.5)^{2n+1}]u[n]$$

시스템2: $y[n]=y_2^2[n]=4(n+1)^2(0.5)^{2n}u[n]$

시스템 1이 비선형 시스템이므로 두 부시스템의 순서를 바꾸어 종속 연결하면 출력이 달라진다.

(b) 이 경우는 시스템 1과 시스템 2 모두 선형 시스템이므로 컨벌루션의 성질로부터 그림의 어느 쪽으로 연결하더라도 출력은 같다. 전체 시스템의 출력은
$y[n]=2(n+1)(0.5)^n u[n]-2n(0.5)^{n-1}u[n-1]$

3.10 (a) 정합 필터 1의 출력은 출력은 $n=7$에서 $y_1[n]=8$로 최대가 된다

$y_1[n]=\{-\check{1},\ -2,\ 1,\ 4,\ -1,\ 0,\ 1,\ 8,\ 1,\ 6,\ -1,\ 4,\ 1,\ -2,\ -1\}$

정합 필터 2의 출력은 $n=7$에서 $y_2[n]=8$로 최대가 된다.

$y_2[n]=\{-\check{1},\ -2,\ -3,\ -4,\ -1,\ 2,\ 5,\ 8,\ 5,\ 2,\ -1,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1\}$

(b) 정합 필터 1의 $x_2[n]$에 대한 출력은

$y_1[n]=\{-\check{1},\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -1\}$

정합 필터 2의 $x_1[n]$에 대한 출력은

$y_2[n]=\{-\check{1},\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -1\}$

3.11 (a) $h[n]=\delta[n-3]$, 인과 시스템, 안정한 시스템

(b) $h[n]=u[n-3]$, 인과 시스템, 불안정한 시스템

(c) $h[n]=(n-2)u[n-3]$, 인과 시스템, 불안정한 시스템

(d) $h[n]=(\frac{1}{2})^{n-3}u[n-3]$, 인과 시스템, 안정한 시스템

3.12 (a) 인과 시스템, 불안정한 시스템

(b) 비인과 시스템, 안정한 시스템

(c) 인과 시스템, 안정한 시스템

(d) 비인과 시스템, 안정한 시스템

(e) 비인과 시스템, 안정한 시스템

(f) 인과 시스템, 안정한 시스템

3.13 $$x[n] = \begin{cases} \left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{n}{2}}, & n = even \\ -2\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{n+1}{2}}, & n = odd \end{cases}$$

3.14 $$h[n] = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+2} + \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}, \quad n \geq 0$$
$$= \frac{1}{6}\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1}{4}\right)^{n}\right], \quad n \geq 0$$

3.15 $$y[n] - 7y[n-1] + 10y[n-2] = 14x[n] - 85x[n-1] + 111x[n-2]$$

3.16 $$y[n] - 0.25y[n-2] = 2x[n]$$

3.17 (a) 반복 대입법 이용: $y[n] = \sum_{k=-1}^{n}(-0.5)^{k+1} = \dfrac{1-(-0.5)^{n+2}}{1-(-0.5)} = -\dfrac{1}{6}(-0.5)^n + \dfrac{2}{3}$

고전적 해법 이용: $y[n] = -\dfrac{1}{6}(-0.5)^n + \dfrac{2}{3}$

(b) 반복 대입법 이용 : $y[n] = 0.5(0.5)^n$

고전적 해법 이용: $y[n] = 0.5(-0.5)^n$

(c) 반복 대입법 이용:

$$y[0] = x[0] - y[-1] - 0.25y[-2] = 1 - 0 - 0.25 = 0.75$$
$$y[1] = x[1] - y[0] - 0.25y[-1] = 1 - 0.75 - 0.25\times 0 = 0.25$$
$$y[2] = x[2] - y[1] - 0.25y[0] = 1 - 0.25 - 0.25\times 0.75 = 0.75^2 = 0.5625$$
$$y[3] = x[3] - y[2] - 0.25y[1] = 1 - 0.75^2 - 0.25\times 0.25 = 0.375$$
$$y[4] = x[4] - y[3] - 0.25y[2] = 1 - 0.375 - 0.25\times 0.5625 = 0.484375$$
$$\vdots$$

고전적 해법 이용: $y[n] = \left(\frac{1}{12}n + \frac{11}{36}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \frac{4}{9}$

3.18 (a) $y[n] = \sum_{k=0}^{n+1}(-a)^k$

(b) $y[n] = (-a)^{n+1} + 2\sum_{k=0}^{n}(-a)^k$

(c) $y[n] = 2\sum_{k=0}^{n+1}(-a)^k$

(d) $y[n] = y_h[n] + y_p[n] = (-a + \frac{2a}{2a+1})(-a)^n + \frac{1}{2a+1}(0.5)^n = (-a)^{n+1} + \frac{-2(-a)^{n+1} + (0.5)^n}{2a+1}$

(e) $y[n] = \sum_{k=0}^{n+1}(-a)^k + (-a)^{n+1} + \sum_{k=0}^{n}(-a)^n[(-a)^{-1}(0.5)]^k$

$$= \sum_{k=0}^{n+1}(-a)^k + (-a)^{n+1} + \frac{-2(-a)^{n+1} + (0.5)^n}{2a+1}$$

(f) 만약 초기 조건이 0이 아닐 경우 시스템의 입출력 관계가 선형성을 만족하려면 입력뿐만 아니라 초기 조건도 반드시 동차성과 가산성이 만족되도록 변경되어야 함을 알 수 있다.
초기 조건에 상관없이 선형성이 항상 성립하려면 시스템이 초기 휴지 상태(initially at rest), 즉 모든 초기 조건이 0이라는 전제가 있어야 한다.

3.19 (a) $x[n] = 0$

$y[n] = -4(-2)^n + 2(-1)^n$

$x[n] = \delta[n]$

$y[n] = -2(-2)^n + (-1)^n, \quad n \geq 0$

$x[n] = u[n]$

$y[n] = -\frac{16}{6}(-2)^n + \frac{9}{6}(-1)^n + \frac{1}{6}$

$x[n]=(0.5)^n u[n]$

$y[n]=-\frac{12}{5}(-2)^n+\frac{4}{3}(-1)^n+\frac{1}{15}(0.5)^n$

(b) $x[n]=0$

$y[n]=(-2n-3)(-1)^n$

$x[n]=\delta[n]$

$y[n]=(-n-2)(-1)^n, \quad n \geqq 0$

$x[n]=u[n]$

$y[n]=\left(-\frac{3}{2}n-\frac{9}{4}\right)(-1)^n+\frac{1}{4}$

$x[n]=(0.5)^n u[n]$

$y[n]=\left(-\frac{4}{3}n-\frac{19}{9}\right)(-1)^n+\frac{1}{9}(0.5)^n$

(c) $x[n]=0$

$y[n]=0$

$x[n]=\delta[n]$

$y[n]=(0.5-j0.5)(1+j1)^n+(0.5+j0.5)(1-j1)^n=(\sqrt{2})^{n+1}\cos\left(\frac{\pi}{4}(n-1)\right)$

$x[n]=u[n]$

$y[n]=-j(1+j1)^n+j(1-j1)^n+1=2(\sqrt{2})^n\cos\left(\frac{\pi}{4}(n-1)\right)+1$

$x[n]=(0.5)^n u[n]$

$y[n]=\left(\frac{2}{5}-j\frac{4}{5}\right)(1+j1)^n+\left(\frac{2}{5}+j\frac{4}{5}\right)(1-j1)^n+\frac{1}{5}(0.5)^n$

(d) $x[n]=0$

$y[n]=(-2+j1)(j2)^n+(-2-j1)(-j2)^n$

$x[n]=\delta[n]$

$y[n]=(-1.5+j1)(j2)^n+(-1.5-j1)(-j2)^n, \quad n \geqq 0$

$x[n] = u[n]$

$y[n] = \left(-\frac{8}{5} + j\frac{4}{5}\right)(j2)^n + \left(-\frac{8}{5} - j\frac{4}{5}\right)(-j2)^n + \frac{1}{5}$

$x[n] = (0.5)^n u[n]$

$y[n] = \left(-\frac{26}{17} + j\frac{15}{17}\right)(j2)^n + \left(-\frac{26}{17} - j\frac{15}{17}\right)(-j2)^n + \frac{1}{17}(0.5)^n$

3.20 (a) $y[n] - y[n-1] - 2y[n-2] = x[n]$

(i) $y[n] = y_s[n] + y_i[n] = \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{8}{3}(2)^n\right] + \left[\frac{1}{6}(-1)^n + \frac{4}{3}(2)^n - \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}(-1)^n + 4(2)^n - \frac{1}{2}$

(ii) $y[n] = y_h[n] + y_p[n] = \left[\frac{1}{2}(-1)^n + 4(2)^n\right] + \left[-\frac{1}{2}\right]$

(b) $y[n] - y[n-1] - 2y[n-2] = x[n-2]$

(i) $y[n] = y_s[n] + y_i[n] = \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{8}{3}(2)^n\right] + \left[\frac{1}{6}(-1)^n + \frac{1}{3}(2)^n - \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}(-1)^n + 3(2)^n - \frac{1}{2}$

(ii) $y[n] = y_h[n] + y_p[n] = \left[\frac{1}{2}(-1)^n + 3(2)^n\right] + \left[-\frac{1}{2}\right]$

(c) $y[n] - y[n-1] - 2y[n-2] = x[n] - x[n-1]$

(i) $y[n] = y_s[n] + y_i[n] = \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{8}{3}(2)^n\right] + \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{2}{3}(2)^n\right] = \frac{2}{3}(-1)^n + \frac{10}{3}(2)^n$

(ii) $y[n] = y_h[n] + y_p[n] = \left[\frac{2}{3}(-1)^n + \frac{10}{3}(2)^n\right] + [0]$

(d) $y[n] - y[n-1] - 2y[n-2] = x[n] + x[n-1]$

(i) $y[n] = y_s[n] + y_i[n] = \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{8}{3}(2)^n\right] + [2(2)^n - 1] = \frac{1}{3}(-1)^n + \frac{14}{3}(2)^n - 1$

(ii) $y[n] = y_h[n] + y_p[n] = \left[\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{14}{3}(2)^n\right] + [-1]$

(e) $y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = x[n]$

(i) $y[n] = y_s[n] + y_i[n] = \left[\frac{3}{4}(\frac{1}{2})^n - \frac{1}{8}(\frac{1}{4})^n\right] + \left[-2(\frac{1}{2})^n + \frac{1}{3}(\frac{1}{4})^n + \frac{8}{3}\right] = -\frac{5}{4}(\frac{1}{2})^n + \frac{5}{24}(\frac{1}{4})^n + \frac{8}{3}$

(ii) $y[n] = \left[-\frac{5}{4}(\frac{1}{2})^n + \frac{5}{24}(\frac{1}{4})^n\right] + \left[\frac{8}{3}\right]$

(f) $y[n]-\frac{3}{4}y[n-1]+\frac{1}{8}y[n-2]=x[n]+x[n+1]$

(i) $y[n]=y_s[n]+y_i[n]=\left[\frac{3}{4}(\frac{1}{2})^n-\frac{1}{8}(\frac{1}{4})^n\right]+\left[-6(\frac{1}{2})^n+\frac{5}{3}(\frac{1}{4})^n+\frac{16}{3}\right]=-\frac{21}{4}(\frac{1}{2})^n+\frac{37}{24}(\frac{1}{4})^n+\frac{16}{3}$

(ii) $y[n]=\left[-\frac{21}{4}(\frac{1}{2})^n+\frac{37}{24}(\frac{1}{4})^n\right]+\left[\frac{16}{3}\right]$

3.21 $x[n]=-a_1x[n-1]-a_0x[n-2]+\delta[n]$

$$\begin{aligned}
n=0 &: x[0]=-a_1x[-1]-a_0x[-2]+\delta[0]=0+0+1=1\\
n=1 &: x[1]=-a_1x[0]-a_0x[-1]+\delta[1]=-a_1+0+0=1\\
n=2 &: x[2]=-a_1x[1]-a_0x[0]+\delta[2]=-a_1-a_0+0=2\\
n=3 &: x[3]=-a_1x[2]-a_0x[1]+\delta[3]=-2a_1-a_0+0=3\\
n=4 &: x[4]=-a_1x[3]-a_0x[2]+\delta[4]=-3a_1-2a_0+0=5\\
n=5 &: x[5]=-a_1x[4]-a_0x[3]+\delta[5]=-5a_1-3a_0+0=8\\
n=6 &: x[6]=-a_1x[5]-a_0x[4]+\delta[6]=-8a_1-5a_0+0=13\\
&\qquad\vdots
\end{aligned}$$

$$\therefore \begin{cases} a_0=-1\\ a_1=-1\end{cases}$$

따라서 Fibonacci 수열은 다음의 차분 방정식으로 표현된다.

$x[n+2]-x[n+1]-x[n]=\delta[n+2]$ 또는 $x[n]-x[n-1]-x[n-2]=\delta[n]$,

단 $x[-2]=x[-1]=0$

Chapter 04 연습문제 답안

4.1 (a) $N = 10$개

(b) $f_0 = 110,\ 210,\ 310,\ \cdots\ (\omega_0 = 2\pi f_0 = 220\pi,\ 420\pi,\ 620\pi,\ \cdots)$

(c) $N = 10$개

(d) $f_s = 40$

4.2 (a) $T_s = \dfrac{1}{100} = 0.01$

(b) 유일하지 않음

$T_s' = T_s + 0.1k = 0.01 + 0.1k, \quad k = 1, 2, 3, \cdots$

4.3 $x_0(t) = \cos(10\pi t)$
$x_1(t) = \cos(10\pi t + 20\pi t) = \cos(30\pi t)$

4.4 $$\begin{cases} f_{01} = 10 \\ f_{02} = f_{01} + f_s = 110 \\ f_{03} = (f_{01} - f_s) = -90 \\ f_{04} = (f_{01} - 2f_s) = -190 \end{cases}$$

이에 해당하는 연속 신호들은

$$\begin{cases} x_1(t) = 2\cos(2\pi f_{01} t - \pi/4) = 2\cos(20\pi t - \pi/4) \\ x_2(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} + f_s)t - \pi/4) = 2\cos(220\pi t - \pi/4) \\ x_3(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} - f_s)t - \pi/4) = 2\cos(-180\pi t - \pi/4) = 2\cos(180\pi t + \pi/4) \\ x_4(t) = 2\cos(2\pi(f_{01} - 2f_s)t - \pi/4) = 2\cos(-380\pi t - \pi/4) = 2\cos(380\pi t + \pi/4) \end{cases}$$

4.5 (a) $f_s = 2f_0 = 2 \times \dfrac{400}{2\pi} = \dfrac{400}{\pi}$ [samples/sec] 또는 $\omega_s = 2\pi f_s = 800$

(b) $f_s = 2f_1 = 450$ [Hz] 또는 $\omega_s = 2\pi f_s = 900\pi$

(c) $f_s = 2f_3 = 400$ [Hz] 또는 $\omega_s = 2\pi f_s = 800\pi$

(d) $f_s = 2f_1 = 20$ [samples/sec] 또는 $\omega_s = 2\pi f_s = 40\pi$

4.6 (a) 부족 샘플링, $\hat{f}_0 = 0.5$, $\phi = -\frac{\pi}{2}$

(b) 부족 샘플링, $\hat{f}_0 = 0.75$, $\phi = -\frac{\pi}{2}$

(c) 나이퀴스트 샘플링 주파수에 해당, $\hat{f}_0 = 0.5$, $\phi = -\frac{\pi}{2}$

(d) 과샘플링, $\hat{f}_0 = 0.375$, $\phi = -\frac{\pi}{2}$

4.7 (a) $f_s{}' = 2f_s$

(b) $f_s{}' = f_s$

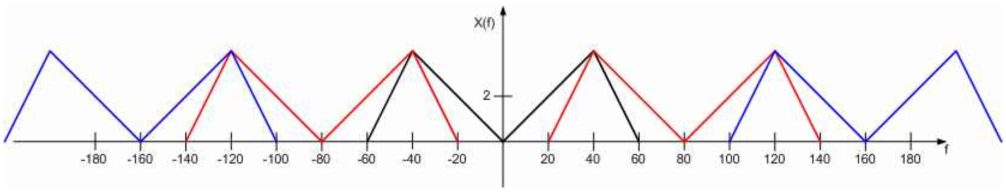
(c) $f_s{}' = 2f_s$

(d) $f_s{}' = f_s + 2f_0$

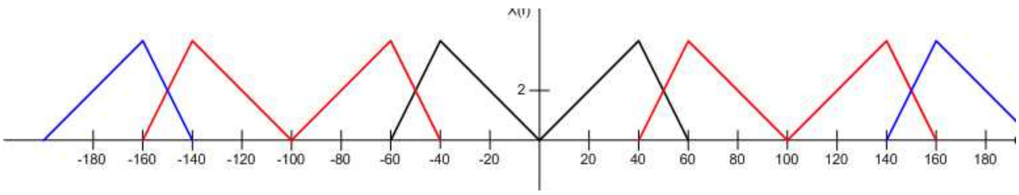
4.8 (a) $f_s = 6\,[\text{kHz}]$

(b) $f_s = 8.8\,[\text{kHz}]$

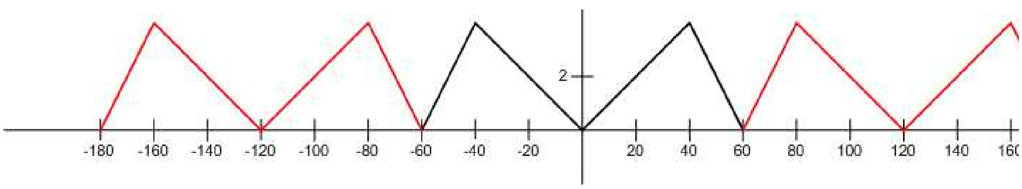
4.9 스펙트럼의 중첩이 일어나지 않는 120 또는 140[Hz]의 샘플링율을 갖도록 해야 한다.



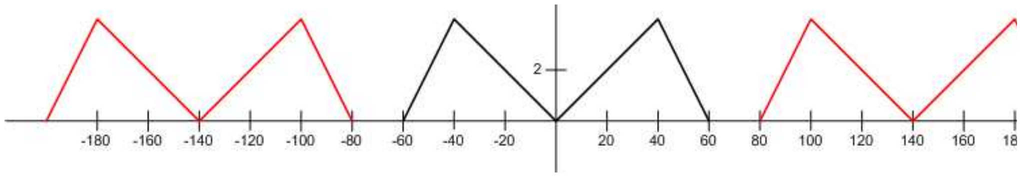
샘플링율 80Hz



샘플링율 100Hz



샘플링율 120Hz



샘플링율 140Hz

4.10 (a) $x[n] = re^{j(-2\pi\frac{13}{15}n+\frac{\pi}{2})} = re^{j(\frac{4\pi}{15}n+\frac{\pi}{2})}$

(b) 겉보기 초당 회전 속도=2[rev/sec], 겉보기 회전 방향은 반시계 방향

(c) $\Omega = -2\pi l + \frac{\pi}{12}$, $l=$ 정수 ($f_0 = 13l - \frac{13}{24}$, $l=$ 정수) 또는

$\Omega = -2\pi l - \frac{23\pi}{12}$, $l=$ 정수 ($f_0 = 13l + \frac{23\times 13}{24} = 13l + \frac{299}{24}$, $l=$ 정수)

(d) $n = \frac{13}{l} = \frac{13}{1}, \frac{13}{2}, \frac{13}{3}, \cdots, \frac{13}{13}$

4.11 (a) 주파수 성분=6개 : $f_A = 5㎑$, $f_B = 15㎑$, $f_C = 25㎑$, $f_D = 30㎑$,

$f_E = 45㎑$, $f_F = 62.5㎑$

가청 가능 성분 : $x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$

(b) (i) 전처리 필터가 없을 경우, 즉 $H(f) = 1, \ \forall f$

$y(t) = x(t)$

$$\begin{aligned} y_r(t) &= 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t) + 2C\cos(-2\pi 15t) \\ &\quad + 2Dcos(-2\pi 10t) + 2E\cos(2\pi 5t) + 2F\cos(-2\pi 17.5t) \\ &= 2(A+E)\cos(10\pi t) + 2(B+C)\cos(30\pi t) + 2D\cos(20\pi t) + 2F\cos(35\pi t) \end{aligned}$$

(ii) 차단주파수가 $f_s/2 = 20[㎑]$인 이상적인 필터를 사용할 경우

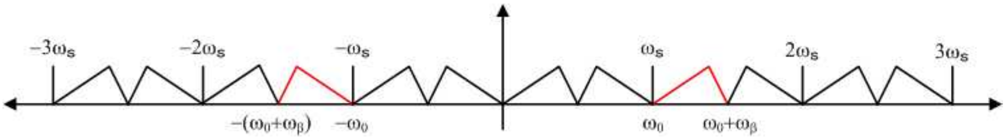
$y(t) = x_{au}(t)$

$y_r(t) = x_{au}(t) = 2A\cos(10\pi t) + 2B\cos(30\pi t)$

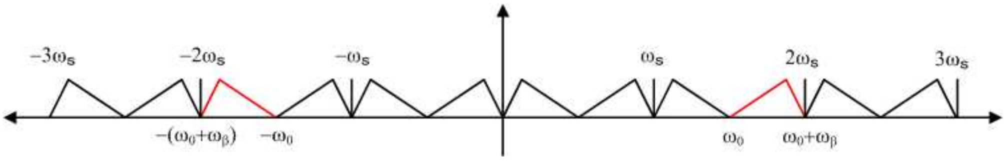
4.12 (a) $$\begin{aligned} x_r(t) &= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(-6\pi t) + \sin(-2\pi t) + \sin(2\pi t) \\ &= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) - \sin(6\pi t) - \sin(2\pi t) + \sin(2\pi t) = \sin(2\pi t) \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} x_r(t) &= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(14\pi t) + \sin(-14\pi t) \\ &= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) + \sin(14\pi t) - \sin(14\pi t) \\ &= \sin(2\pi t) + \sin(6\pi t) + \sin(10\pi t) \end{aligned}$$

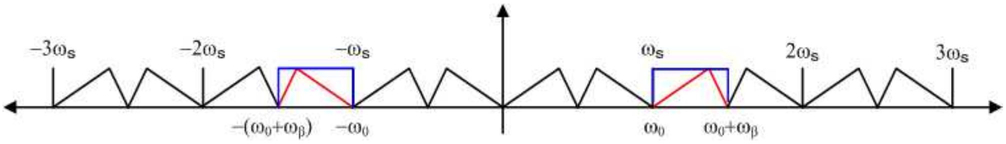
4.13 (a) 샘플링된 신호의 스펙트럼은 주기 ω_s로 반복되므로



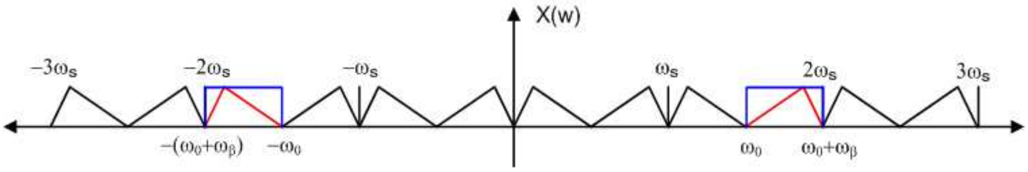
(b)



(c) 원 신호와 동일한 주파수 대역의 대역통과 필터를 사용하면 원신호 $x(t)$를 복원할 수 있다.

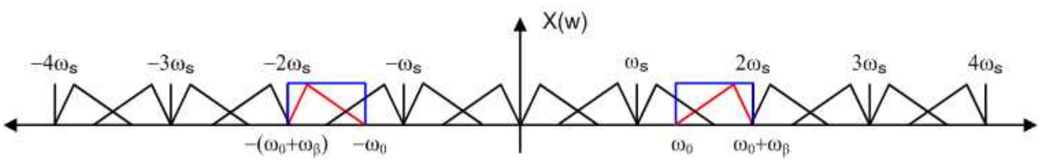


(a)의 경우

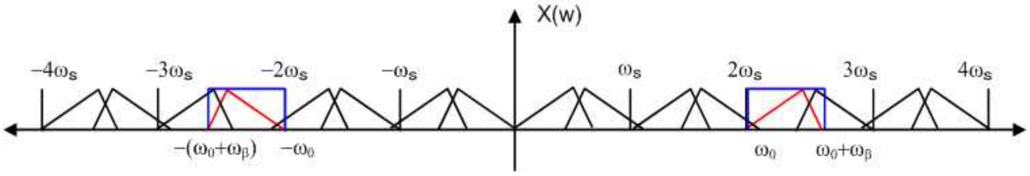


(b)의 경우

(d) 아래 그림에 나타낸 것처럼 주파수 중첩이 발생한다.
따라서 원 신호 $x(t)$로 복원이 불가능하다.



(a)에서 $\omega_s = 1.5\omega_b$인 경우



(b)에서 $\omega_s = 1.5\omega_b$인 경우

4.14 비트수 $B+1=14$

4.15 (a) 양자화 레벨의 수 $N=2^3=8$

신호대 잡음비는 $SNR=16.81+6.02B+10\log P_x-20\log R=6.81\,[\mathrm{dB}]$

(b) SNR이 2배 가까이 향상된다.

$SNR=16.81+6.02B+10\log P_x-20\log R=12.83\,[\mathrm{dB}]$

4.16 (a) 이진 펄스의 최소 전송율은 $f_s \times B=12\times 6=72$ [Mbit/sec]

(b) 이진 펄스의 최소 전송율은 $f_s \times B'=12\times 8=96$ [Mbit/sec]

Chapter 05 연습문제 답안

5.1 (a) 삼각함수 형식 푸리에 급수: $c_1 = 1,\quad \theta_1 = -\frac{\pi}{4}$

지수 함수 형식 푸리에 급수: $X_{-1} = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}},\quad X_1 = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

(b) 삼각함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_o t = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cos k\omega_o t$$

$$c_0 = a_0 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t\, dt = \frac{2}{\pi}$$

$$c_k = a_k = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2t)(\cos 4kt) dt = \frac{4}{(1-4k^2)\pi}$$

지수 함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{j4kt}$$

$$X_0 = a_0 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t\, dt = \frac{2}{\pi}$$

$$X_k = \frac{1}{T}\int_0^{T} x(t)e^{-j4kt} dt = \frac{2}{(1-4k^2)\pi}$$

(c) 삼각함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = \cos(2t - \frac{\pi}{2}) + \cos 4t = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k)$$

$$c_1 = 1,\quad \theta_1 = -\frac{\pi}{2} \quad \& \quad c_2 = 1,\quad \theta_2 = 0$$

지수 함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = \frac{1}{2}e^{-j4t} - \frac{1}{2j}e^{-j2t} + \frac{1}{2j}e^{j2t} + \frac{1}{2}e^{j4t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{j2kt}$$

$$X_{-2} = \frac{1}{2},\quad X_{-1} = -\frac{1}{2j} = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}},\quad X_1 = \frac{1}{2j} = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}},\quad X_2 = \frac{1}{2}$$

(d) 삼각함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = \cos 2t + \cos 3t = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k)$$

$$c_2 = 1,\quad \theta_2 = 0 \quad \& \quad c_3 = 1,\quad \theta_3 = 0$$

지수 함수 형식 푸리에 급수:

$$x(t) = \frac{1}{2}e^{-j3t} + \frac{1}{2}e^{-j2t} + \frac{1}{2}e^{j2t} + \frac{1}{2}e^{j3t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jkt}$$

$$X_{-3} = \frac{1}{2},\quad X_{-2} = \frac{1}{2},\quad X_2 = \frac{1}{2},\quad X_3 = \frac{1}{2}$$

5.2 (a) 삼각파

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t} = \frac{TX_0}{2} + \sum_{k=odd} -\frac{2X_0}{(k\pi)^2} e^{jk\omega_0 t}$$

$$X_0 = \frac{TX_0}{2},\quad |X_k| = \frac{2X_0}{(k\pi)^2} \quad \& \quad \angle X_k = -\pi$$

(b) 임펄스열

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{X_0}{T} e^{jk\omega_0 t}$$

$$|X_k| = \frac{X_0}{T} \quad \& \quad \angle X_k = 0$$

(c) 방형파

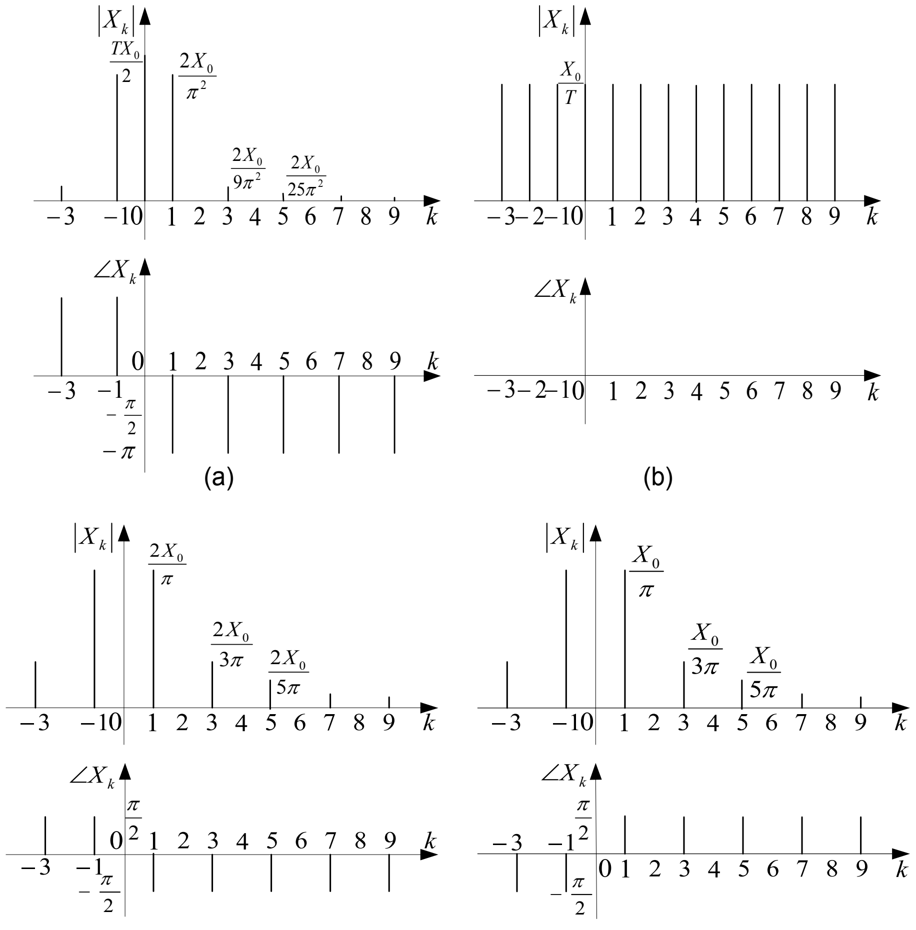
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=odd} -j\frac{2X_0}{k\pi} e^{jk\omega_0 t}$$

$$|X_k| = \frac{2X_0}{k\pi} \quad \& \quad \angle X_k = -\frac{\pi}{2}$$

(d) 톱니파

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k\neq 0,\, k=-\infty,}^{\infty} j\frac{X_0}{k\pi} e^{jk\omega_0 t}$$

$$|X_k| = \frac{X_0}{k\pi} \quad \& \quad \angle X_k = \frac{\pi}{2}$$



(a) (b) (c) (d)

5.3 (a) $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{-j2\pi kt}$

$$X_0=\frac{1}{\pi}$$

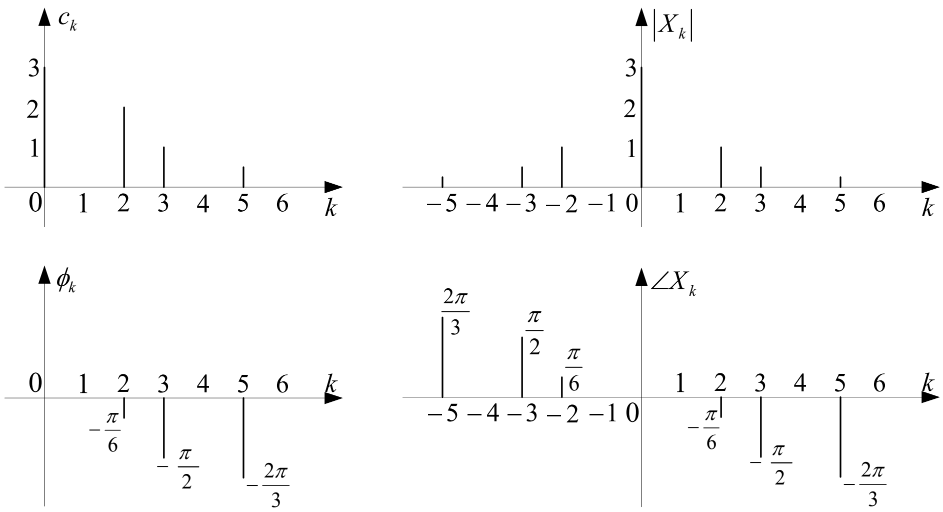
$$X_k=\begin{cases}-j\frac{1}{4}, & k=1\\ \frac{1}{(1-k^2)\pi}, & k=even\\ 0, & k=odd,\ \ k\neq 1\end{cases} \qquad \& \qquad X_{-k}=X_k^*$$

(b) $y(t)=x(t)+x(t-\frac{T}{2})=x(t)+x(t-\frac{1}{2})$

$$y(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j4\pi kt}=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{2}{(1-4k^2)\pi}e^{j4\pi kt}$$

5.4 (a) $x(t)=3+2\cos(2t-\frac{\pi}{6})+\cos(3t-\frac{\pi}{2})+\frac{1}{2}cos\left(5t-\frac{2\pi}{3}\right)$

(b) $X_0=c_0,\ |X_k|=c_k/2,\ \angle X_k=\phi_k$



삼각함수형 Fourier 스펙트럼　　　　지수함수형 Fourier 스펙트럼

(c) $x(t)=\frac{1}{4}e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{j5t}+\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j3t}+e^{j\frac{\pi}{6}}e^{j2t}+3+e^{-j\frac{\pi}{6}}e^{j2t}+\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j3t}+\frac{1}{4}e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j5t}$

5.5 (a) $x(t)=\sum_{k=odd}\frac{4}{k^2\pi^2}e^{j\frac{k\pi}{4}t}$

(b) $x_1(t)=x(t-2)=\sum_{k=odd}X_k{}'e^{j\frac{k\pi}{4}t}$

$$X_k{}'=\begin{cases}\frac{4}{k^2\pi^2}e^{-j\frac{k\pi}{2}}, & k=odd\\ 0, & k=even\end{cases}$$

(c) $x_2(t)=x(2t)=\sum_{k=odd}X_k{}'e^{j\frac{k\pi}{2}t}$

$$X_k{}'=\begin{cases}\frac{4}{k^2\pi^2}, & k=odd\\ 0, & k=even\end{cases}$$

5.6 (a) $v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k{}' e^{jk\omega_0 t}$

$$X_k{}' = e^{-jk\omega_0} X_k$$

(b) $v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k{}' e^{jk\omega_0 t}$

$$X_k{}' = jk\omega_0 X_k$$

(c) $v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k{}' e^{jk\omega_0 t}$

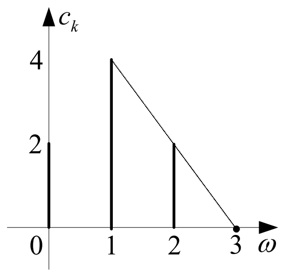
$$X_k{}' = X_{k-1}$$

(d) $v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k{}' e^{jk\omega_0 t}$

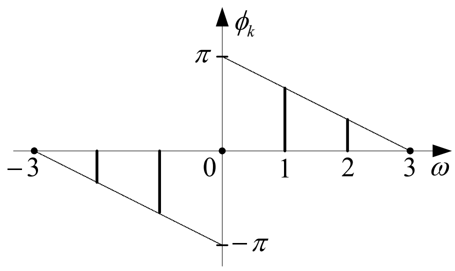
$$X_k{}' = \frac{1}{2}(X_{k+1} + X_{k-1})$$

5.7 (a) $x(t) = \sum_{k=-2}^{2} |X_k| e^{j\angle X_k} e^{jkt} = 2 + 2\left(e^{j(t+\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(t+\frac{2\pi}{3})}\right) + \left(e^{j(2t+\frac{\pi}{3})} + e^{-j(2t+\frac{\pi}{3})}\right)$

(b) $c_k = 2|X_k|$ & $\phi_k = \angle X_k$



(a) 진폭 스펙트럼



(b) 위상 스펙트럼

(c) $x(t) = \sum_{k=0}^{2} c_k \cos(kt + \phi_k) = 2 + 4\cos(t + \frac{2\pi}{3}) + 2\cos(2t + \frac{\pi}{3})$

(d) $x(t) = 2 + 2\left(e^{j(t+\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(t+\frac{2\pi}{3})}\right) + \left(e^{j(2t+\frac{\pi}{3})} + e^{-j(2t+\frac{\pi}{3})}\right)$

$= 2 + 4\cos(t + \frac{2\pi}{3}) + 2\cos(2t + \frac{\pi}{3})$

5.8 $P = \bar{x}_1 \bar{i}_1 + \bar{x}_2 \bar{i}_2 + \bar{x}_3 \bar{i}_3 = 280$

5.9 (a) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\pi t}$

$$X_0 = \frac{1}{2}\int_0^1 1\,dt = \frac{1}{2}$$

$$X_k = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{-jk\pi t}\,dt = \begin{cases} -j\dfrac{1}{k\pi}, & k = odd \\ 0, & k = even \end{cases}$$

(b) $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y_k e^{jk\pi t}$

$$Y_k = \frac{1}{1+jk\pi} X_k = \begin{cases} \dfrac{1}{2}, & k = 0 \\ \dfrac{1}{-k^2\pi^2 + jk\pi}, & k = odd \\ 0, & k = even \end{cases}$$

(c) $P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |Y_k|^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \sum_{k=odd} \frac{1}{k^2\pi^2(1-k^2\pi^2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(2m-1)^2\pi^2(1-(2m-1)^2\pi^2)}$

5.10 (a) 푸리에 변환의 정의를 이용

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [u(t) - u(t-5)] e^{-j\omega t}\,dt = \frac{1}{j\omega}(1 - e^{-j5\omega})$$

푸리에 변환표와 푸리에 변환의 성질을 이용

선형성과 시간 이동 성질을 이용하여

$$X(\omega) = U(\omega) - U(\omega) e^{-j5\omega} = \left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right)(1 - e^{-j5\omega}) = \frac{1}{j\omega}(1 - e^{-j5\omega})$$

(b) 푸리에 변환의 정의를 이용

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t}[u(t) - u(t-5)] e^{-j\omega t}dt = \frac{1 - e^{-5(2+j\omega)}}{2+j\omega}$$

푸리에 변환표와 푸리에 변환의 성질을 이용

$v(t) = e^{-2t}u(t)$라 두면 $x(t) = e^{-2t}u(t) - e^{-10}e^{-2(t-5)}u(t-5) = v(t) - e^{-10}v(t-5)$

선형성과 시간 이동 성질을 이용하여

$$X(\omega) = V(\omega) - e^{-10}V(\omega)e^{-j5\omega} = \frac{1}{j\omega+2}(1 - e^{-5(j\omega+2)})$$

(c) 푸리에 변환의 정의를 이용

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} t[u(t)-u(t-5)]e^{-j\omega t}dt = -\frac{5e^{-j5\omega}}{j\omega}+\frac{e^{-j5\omega}-1}{\omega^2}$$

푸리에 변환표와 푸리에 변환의 성질을 이용

$v(t)=u(t)-u(t-5)$라 두면 $x(t)=tv(t)$

주파수 미분 성질에 의해

$$X(\omega)=j\frac{dV(\omega)}{d\omega}=\frac{1}{\omega^2}(e^{-j5\omega}(1+j5\omega)-1)$$

(d) 푸리에 변환의 정의를 이용

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\sin(2\pi t)[u(t+1)-u(t-1)]e^{-j\omega t}dt = = -j\,sinc(\frac{\omega}{\pi}-2)+j\,sinc(\frac{\omega}{\pi}+2)$$

푸리에 변환표와 푸리에 변환의 성질을 이용

$s(t)=\sin(2\pi t)$, $v(t)=u(t+1)-u(t-1)$라 두면 $x(t)=s(t)v(t)$

주파수 컨벌루션 성질을 이용하여

$$X(\omega)=\frac{1}{2\pi}S(\omega)*V(\omega)=\frac{1}{2\pi}(j\pi[\delta(\omega+2\pi)-\delta(\omega-2\pi)])*\left(\frac{1}{j\omega}(e^{j\omega}-e^{-j\omega})\right)$$
$$=j\,sinc(\frac{\omega}{\pi}+2)-j\,sinc(\frac{\omega}{\pi}-2)$$

5.11 (a) $X(\omega)=\int_0^T e^{-at}e^{-j\omega t}dt = -\frac{e^{-(a+j\omega)T}-1}{a+j\omega}$

(b) $X(\omega)=\int_0^T e^{at}e^{-j\omega t}dt=\frac{e^{(a-j\omega)T}-1}{a-j\omega}$

(c) $X(\omega)=4\int_0^1 e^{-j\omega t}dt+2\int_1^2 e^{-j\omega t}dt=\frac{4-2(e^{-j\omega}+e^{-j2\omega})}{j\omega}$

(d) $X(\omega)=\int_{-\tau}^{0}\left(-\frac{1}{\tau}t\right)e^{-j\omega t}dt+\int_0^{\tau}\frac{1}{\tau}te^{-j\omega t}dt=\frac{1-j\tau\omega}{\tau\omega^2}(e^{j\omega\tau}+e^{-j\omega\tau})$

5.12 (a) $X(\omega)=\int_{-1}^{0}(1)e^{-j\omega t}dt+\int_0^1(-1)e^{-j\omega t}dt=\frac{2}{j\omega}(\cos\omega-1)$

(b) $x(t)=u(t+1)-2u(t)+u(t-1)$

계단 신호의 푸리에 변환쌍 : $u(t)\Leftrightarrow \pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$

시간 이동 성질 : $x(t-t_0)\Leftrightarrow e^{-jt_0\omega}X(\omega)$

$$X(\omega)=e^{j\omega}\left\{\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}\right\}-2\left\{\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}\right\}+e^{-j\omega}\left\{\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}\right\}=\frac{2}{j\omega}(\cos\omega-1)$$

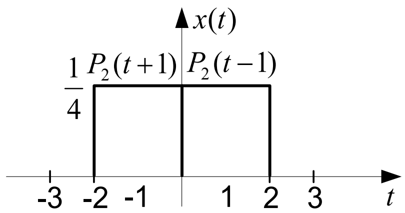
(c) $\frac{dx(t)}{dt}=\delta(t-1)-2\delta(t)+\delta(t+1)$

미분 성질 $\frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$을 이용하여 $j\omega X(\omega)=e^{j\omega}-2+e^{-j\omega}$

$X(\omega)=\frac{2}{j\omega}(\cos\omega-1)$

5.13 (a) $x(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{2a}{a^2+t^2}=\frac{a}{\pi(a^2+t^2)}$

(b) $x(t)=\frac{1}{2}[\delta(t+1)+\delta(t-1)]*\frac{1}{2}P_2(t)=\frac{1}{4}[P_2(t+1)+P_2(t-1)]$



(c) $x(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{\pi}sinc(\frac{t}{\pi})\right)=\frac{2}{\pi t}(\cos t-sinc(\frac{t}{\pi}))$

(d) $x(t)=e^{j\omega_0 t}+\frac{1}{2}\triangle\left(\frac{1}{2}(t-1)\right)$

(e) $x(t)=\frac{1}{2}P_2(t)(e^{j\omega_0 t}+e^{-j\omega_0 t})=P_2(t)\cos\omega_0 t$

(f) $x(t)=\frac{1}{\pi t}$

5.14 (a) $x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_0}^{\omega_0}e^{-j\omega t_0}e^{j\omega t}d\omega=\frac{\omega_0}{\pi}sinc(\frac{\omega_0}{\pi}(t-t_0))$

(b) $x(t)=\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\omega_0}^{0}je^{j\omega t}d\omega+\int_{0}^{\omega_0}-je^{j\omega t}d\omega\right]=\frac{1-\cos\omega_0 t}{\pi t}$

5.15 (a) $x_1(t)=x(2t)$라 두면

$X_1(\omega)=\frac{1}{2}X\left(\frac{1}{2}\omega\right)=\frac{j4\omega}{-\omega^2+j10\omega+24}$

(b) $x_2(t) = x(3t-6) = x(3(t-2))$라 두면

$$X_2(\omega) = \frac{1}{3}X\left(\frac{1}{3}\omega\right)e^{-j2\omega} = \frac{j\omega}{-\omega^2 + j15\omega + 54}e^{-j2\omega}$$

(c) $x_3(t) = x(-t)$라 두면

$$X_3(\omega) = X(-\omega) = \frac{-j\omega}{\omega^2 - j5\omega + 6}$$

(d) $x_4(t) = e^{-j100t}x(t)$라 두면

$$X_4(\omega) = X(\omega - 100) = \frac{j(\omega - 100)}{-(\omega-100)^2 + j5(\omega - 100) + 6}$$

(e) $x_5(t) = \frac{dx(t)}{dt}$라 두면

$$X_5(\omega) = (j\omega)X(\omega) = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + j5\omega + 6}$$

(f) $x_6(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$라 두면

$$X_6(\omega) = \frac{1}{j\omega}X(\omega) + \pi X(0)\delta(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + 5j\omega + 6}$$

5.16 (a) 주파수 컨벌루션 : $x(t) = a(t)b(t) \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2\pi}A(\omega) * B(\omega)$

$$X(\omega) = A(\omega) * B(\omega) = j\pi\left[\delta(\omega - \frac{2\pi}{T}) - \delta(\omega + \frac{2\pi}{T})\right] * Tsinc(\frac{\omega T}{\pi})$$
$$= j\pi T[sinc(\frac{\omega T}{\pi} - 2) - sinc(\frac{\omega T}{\pi} + 2)]$$

(b) 시간 컨벌루션 : $x(t) = a(t) * b(t) \;\Leftrightarrow\; A(\omega)B(\omega)$

$$X(\omega) = B^2(\omega) = Tsinc^2\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)$$

5.17 (a) 주어진 신호는 $x_1(t) = x(-t)$이므로

$$X_1(\omega) = X(-\omega) = \frac{1}{\omega^2}[e^{-j\omega} + j\omega e^{-j\omega} - 1]$$

(b) 주어진 신호는 $x_2(t) = x(t-1) + x_1(t-1)$이므로

$$X_2(\omega) = [X(\omega) + X(-\omega)]e^{-j\omega} = \frac{2e^{-j\omega}}{\omega^2}[\cos\omega + \omega\sin\omega - 1]$$

(c) 주어진 신호는 $x_3(t) = x(t-1) + x_1(t+1)$이므로

$$X_3(\omega) = X(\omega)e^{-j\omega} + X(-\omega)e^{j\omega} = \frac{1}{2}sinc^2(\frac{\omega}{2\pi})$$

(d) 주어진 신호는 $x_4(t) = x(t-\frac{1}{2}) + x_1(t+\frac{1}{2})$이므로

$$X_3(\omega) = X(\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}} + X(-\omega)e^{j\frac{\omega}{2}} = sinc(\frac{\omega}{2\pi})$$

(e) 주어진 신호는 $x_5(t) = \frac{3}{2}x(\frac{1}{2}(t-2))$이므로

$$X_5(\omega) = \frac{3}{2}2X(2\omega)e^{-j2\omega} = \frac{3}{\omega^2}(1-j\omega-e^{-j2\omega})$$

5.18 (a) $X(\omega) = \frac{1}{(a+j\omega)^2} = \frac{1}{(a+j\omega)}\frac{1}{(a+j\omega)}$

$$x(t) = e^{-at}u(t) * e^{-at}u(t) = te^{-at}u(t)$$

(b) $V(\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$라 두면 $X(\omega) = j\frac{d\,V(\omega)}{d\omega}$

$$x(t) = tv(t) = te^{-at}u(t)$$

(c) $X(\omega) = \frac{1}{(N-1)!(-j)^{N-1}}\frac{d^{N-1}V(\omega)}{d\omega^{N-1}}$

$$x(t) = \frac{1}{(N-1)!(-j)^{N-1}}(-j)^{N-1}t^{N-1}v(t) = \frac{1}{(N-1)!}t^{N-1}e^{-at}u(t)$$

5.19 $x_1(t) = 2x(t)(\cos\omega_0 t)(\cos\omega_0 t) = 2x(t)\cos^2\omega_0 t = x(t)(1+\cos 2\omega_0 t) = x(t) + x(t)\cos 2\omega_0 t$

$X_1(\omega) = X(\omega) + X(\omega) * (\pi[\delta(\omega+2\omega_0) + \delta(\omega-2\omega_0)] = X(\omega) + \pi X(\omega+2\omega_0) + \pi X(\omega+2\omega_0)$

대역폭이 W인 저역 통과 필터에 $x_1(t)$를 통과시키면 $X(\omega)$만 남아 $x(t)$를 필터의 출력으로 얻는다.

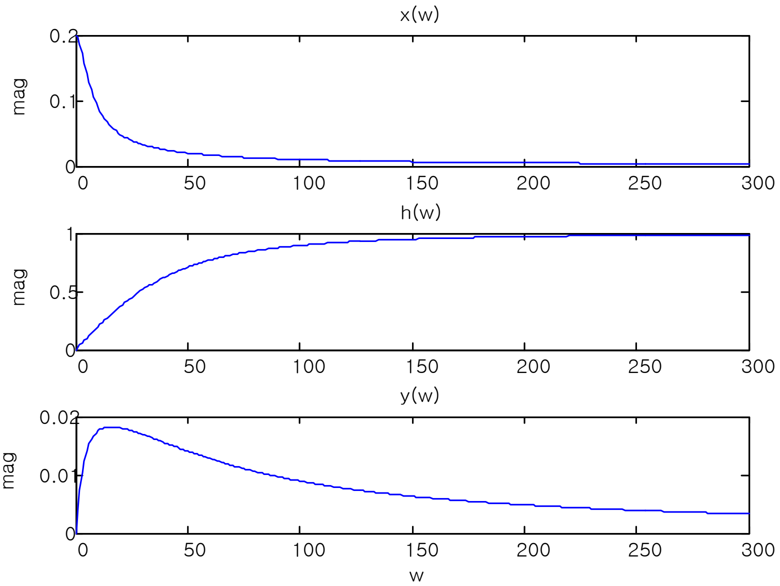
5.20 $\frac{T_1}{T} = 3$

5.21 (a) $H(\omega)=\dfrac{Y(\omega)}{X(\omega)}=\dfrac{j\omega}{j\omega+50}$

(b) $h(t)=-50e^{-50t}u(t)$

(c) $Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)=\dfrac{j\omega}{j\omega+50}\dfrac{1}{j\omega+5}$

(d) $Y(\omega)=\dfrac{10}{9}\dfrac{1}{j\omega+50}-\dfrac{1}{9}\dfrac{1}{j\omega+5} \quad \rightarrow \quad y(t)=-\dfrac{1}{9}e^{-5t}u(t)+\dfrac{10}{9}e^{-50t}u(t)$

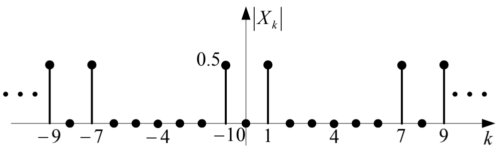


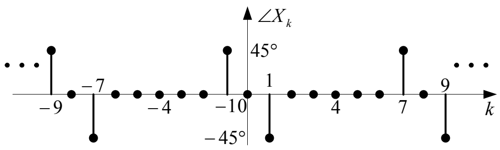
Chapter 06 연습문제 답안

6.1 (a) $X_1 = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4}$

$X_7 = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4} + j\frac{\sqrt{2}}{4}$

$X_k = 0, \quad k = 0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$



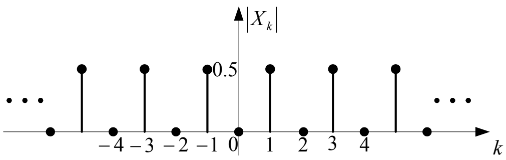


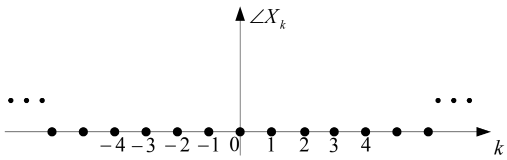
(b) $X_0 = 0$

$X_1 = \frac{1}{2}$

$X_2 = 0$

$X_3 = \frac{1}{2}$





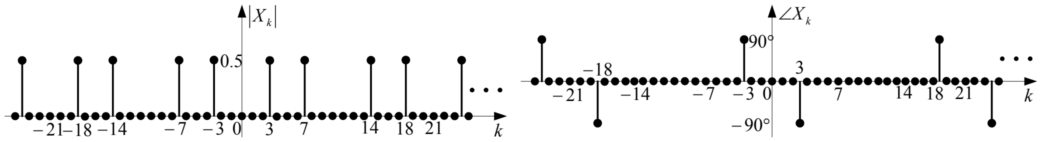
(c) $X_3 = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$X_7 = \frac{1}{2}$

$X_{14} = \frac{1}{2}$

$X_{18} = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{2}}$

$X_k = 0, \quad k = 0,\ 1,\ \cdots,\ 20, \quad k \neq 3,\ 7,\ 14,\ 18$



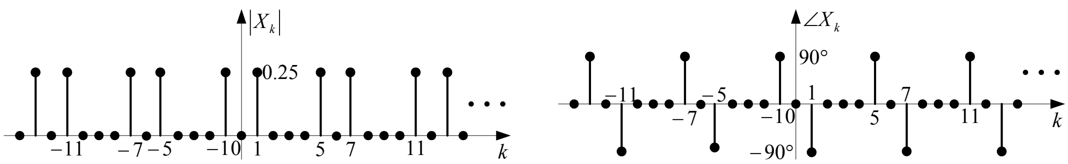
(d) $X_1 = \frac{1}{4}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$X_5 = \frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{2}}$

$X_7 = \frac{1}{4}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$X_{11} = \frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{2}}$

$X_k = 0, \quad k = 0,\ 1,\ \cdots,\ 11, \quad k \neq 1,\ 5,\ 7,\ 11$



(e) $X_0 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}+1+1+\frac{1}{8}\right) = \frac{7}{16}$

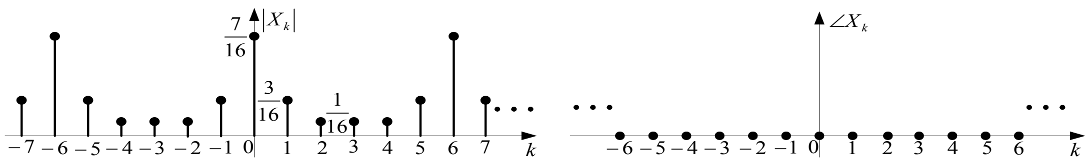
$X_1 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+1-\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{16}$

$X_2 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+1+\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$

$X_3 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}cos\left(\frac{6\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{3}\right)+1-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$

$X_4 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}cos\left(\frac{8\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+1+\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$

$X_5 = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}cos\left(\frac{10\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)+1-\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{16}$



(f) $X_0 = \dfrac{1}{10}(1+2+2) = \dfrac{1}{2}$

$X_1 = 0.1$

$$X_2 = \frac{1}{10}\left(1+2e^{j\frac{2\pi}{5}}+2e^{j\frac{4\pi}{5}}\right) = \frac{1}{10}\left(1+2e^{j\frac{2\pi}{5}}-2e^{-j\frac{\pi}{5}}\right) = j0.3078$$

$X_3 = 0.1$

$$X_4 = \frac{1}{10}\left(1+2e^{j\frac{4\pi}{5}}-2e^{j\frac{3\pi}{5}}\right) = \frac{1}{10}\left(1-2e^{-j\frac{\pi}{5}}+2e^{-j\frac{2\pi}{5}}\right) = -j0.0726$$

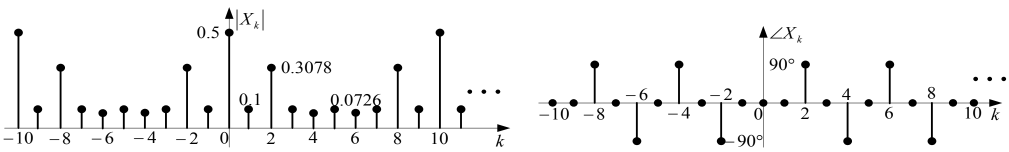
$X_5 = 0.1$

$$X_6 = \frac{1}{10}\left(1+2e^{j\frac{6\pi}{5}}+2e^{j\frac{12\pi}{5}}\right) = \frac{1}{10}\left(1-2e^{j\frac{\pi}{5}}+2e^{j\frac{2\pi}{5}}\right) = j0.0726$$

$X_7 = 0.1$

$$X_8 = \frac{1}{10}\left(1+2e^{j\frac{8\pi}{5}}+2e^{j\frac{16\pi}{5}}\right) = \frac{1}{10}\left(1+2e^{-j\frac{2\pi}{5}}-2e^{j\frac{\pi}{5}}\right) = -j0.3078$$

$X_9 = 0.1$



6.2 (a) $X_k = \dfrac{1}{12}\sum_{n=0}^{11} x[n]e^{-jk\frac{\pi}{6}n} = \dfrac{j}{12}\left(-2\sin\dfrac{\pi}{6}k - 4\sin\dfrac{\pi}{3}k - 6\sin\dfrac{\pi}{2}k\right)$

$$X_0 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{0\pi}{6} - 4\sin\frac{0\pi}{3} - 6\sin\frac{0\pi}{2}\right) = 0$$

$$X_1 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{\pi}{6} - 4\sin\frac{\pi}{3} - 6\sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(-1-2\sqrt{3}-6) = -\frac{j}{12}(7+2\sqrt{3})$$

$$X_2 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{2\pi}{6} - 4\sin\frac{2\pi}{3} - 6\sin\frac{2\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(-\sqrt{3}-2\sqrt{3}) = -\frac{j}{12}(3\sqrt{3})$$

$$X_3 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{3\pi}{6} - 4\sin\frac{3\pi}{3} - 6\sin\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{12}(-2-0+6) = \frac{j}{12}(4)$$

$$X_4 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{4\pi}{6} - 4\sin\frac{4\pi}{3} - 6\sin\frac{4\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(-\sqrt{3}+2\sqrt{3}) = \frac{j}{12}(\sqrt{3})$$

$$X_5 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{5\pi}{6} - 4\sin\frac{5\pi}{3} - 6\sin\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(-1+2\sqrt{3}-6) = -\frac{j}{12}(7-2\sqrt{3})$$

$$X_6 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{6\pi}{6} - 4\sin\frac{6\pi}{3} - 6\sin\frac{6\pi}{2}\right) = 0$$

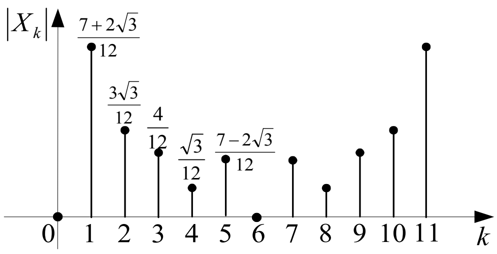
$$X_7 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{7\pi}{6} - 4\sin\frac{7\pi}{3} - 6\sin\frac{7\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(1-2\sqrt{3}+6) = \frac{j}{12}(7-2\sqrt{3})$$

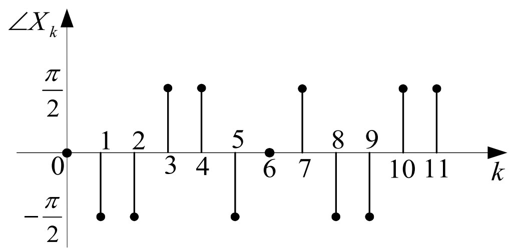
$$X_8 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{8\pi}{6} - 4\sin\frac{8\pi}{3} - 6\sin\frac{8\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) =-\frac{j}{12}(\sqrt{3})$$

$$X_9 = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{9\pi}{6} - 4\sin\frac{9\pi}{3} - 6\sin\frac{9\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(2-6) = \frac{j}{12}(-4)$$

$$X_{10} = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{10\pi}{6} - 4\sin\frac{10\pi}{3} - 6\sin\frac{10\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = \frac{j}{12}(3\sqrt{3})$$

$$X_{11} = \frac{j}{12}\left(-2\sin\frac{11\pi}{6} - 4\sin\frac{11\pi}{3} - 6\sin\frac{11\pi}{2}\right) = \frac{j}{12}(1 + 2\sqrt{3} + 6) = \frac{j}{12}(7+2\sqrt{3})$$





(b) $X_k = \frac{1}{15}\sum_{n=0}^{14} x[n]e^{-jk\frac{2\pi}{15}n} = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-jk\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-jk\frac{4\pi}{3}}\right)$

$$X_0 = \frac{1}{15}(4+4+2) = \frac{2}{3}$$

$$X_1 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{4\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 - j\sqrt{3})$$

$$X_2 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{4\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{8\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 + j\sqrt{3})$$

$$X_3 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{6\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{12\pi}{3}}\right) = \frac{2}{3}$$

$$X_4 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{8\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{16\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 - j\sqrt{3})$$

$$X_5 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{10\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{20\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 + j\sqrt{3})$$

$$X_6 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{12\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{24\pi}{3}}\right) = \frac{2}{3}$$

$$X_7 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{14\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{28\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 - j\sqrt{3})$$

$$X_8 = \frac{1}{15}\left(4 + 4e^{-j\frac{16\pi}{3}} + 2e^{-j\frac{32\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1 + j\sqrt{3})$$

$$X_9 = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{18\pi}{3}}+2e^{-j\frac{36\pi}{3}}\right) = \frac{2}{3}$$

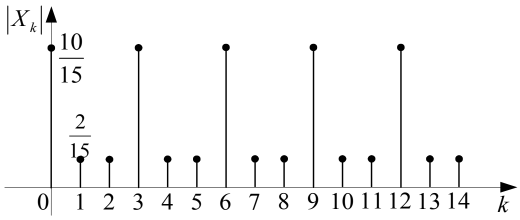
$$X_{10} = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{20\pi}{3}}+2e^{-j\frac{40\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1-j\sqrt{3})$$

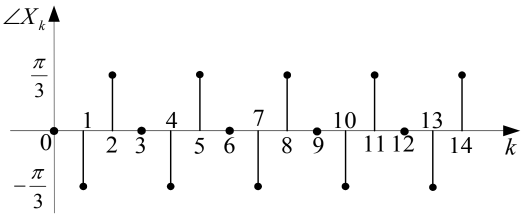
$$X_{11} = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{22\pi}{3}}+2e^{-j\frac{44\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1+j\sqrt{3})$$

$$X_{12} = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{24\pi}{3}}+2e^{-j\frac{48\pi}{3}}\right) = \frac{2}{3}$$

$$X_{13} = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{26\pi}{3}}+2e^{-j\frac{52\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1-j\sqrt{3})$$

$$X_{14} = \frac{1}{15}\left(4+4e^{-j\frac{28\pi}{3}}+2e^{-j\frac{56\pi}{3}}\right) = \frac{1}{15}(1+j\sqrt{3})$$





(c) $X_k = \frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5} x[n]e^{-jk\frac{\pi}{3}n} = \frac{1}{6}\left(\left[2(1+(-1)^k)+3\cos(\frac{\pi}{3}k)+3.5\cos(\frac{2\pi}{3}k)\right]-j\left[\sin(\frac{\pi}{3}k)+0.5\sin(\frac{2\pi}{3}k)\right]\right)$

$$X_0 = \frac{1}{6}(4+3+3.5) = 1.75$$

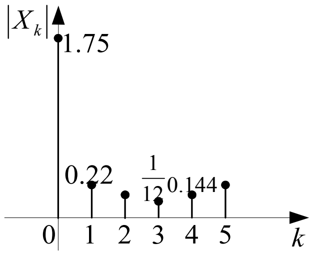
$$\begin{aligned}X_1 &= \frac{1}{6}\left(\left[2(1+(-1))+3\cos(\frac{\pi}{3})+3.5\cos(\frac{2\pi}{3})\right]-j\left[\sin(\frac{\pi}{3})+0.5\sin(\frac{2\pi}{3})\right]\right)\\ &= \frac{1}{6}\left([1.5-1.75]-j\left[\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right]\right) = -\frac{1}{24}-j\frac{3\sqrt{3}}{24} = 0.22\,e^{j\angle -100.9^\circ}\end{aligned}$$

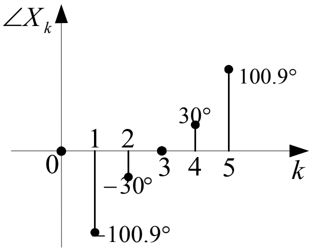
$$\begin{aligned}X_2 &= \frac{1}{6}\left(\left[2(1+1)+3\cos(\frac{2\pi}{3})+3.5\cos(\frac{4\pi}{3})\right]-j\left[\sin(\frac{2\pi}{3})+0.5\sin(\frac{4\pi}{3})\right]\right)\\ &= \frac{1}{6}\left([4-1.5-1.75]-j\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right]\right) = \frac{3}{24}-j\frac{\sqrt{3}}{24} = 0.144\,e^{j\angle -30^\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_3 &= \frac{1}{6}\left(\left[2(1+(-1))+3\cos(\frac{3\pi}{3})+3.5\cos(\frac{6\pi}{3})\right]-j\left[\sin(\frac{3\pi}{3})+0.5\sin(\frac{6\pi}{3})\right]\right)\\ &= \frac{1}{6}([-3+3.5]-j[0+0]) = \frac{1}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_4 &= \frac{1}{6}\left(\left[2(1+1)+3\cos(\frac{4\pi}{3})+3.5\cos(\frac{8\pi}{3})\right]-j\left[\sin(\frac{4\pi}{3})+0.5\sin(\frac{8\pi}{3})\right]\right)\\ &= \frac{1}{6}\left([4-1.5-1.75]-j\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right]\right) = \frac{3}{24}+j\frac{\sqrt{3}}{24} = 0.144\,e^{j\angle 30^\circ}\end{aligned}$$

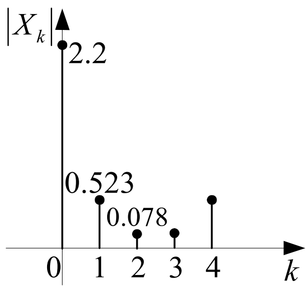
$$X_5 = \frac{1}{6}\left(\left[2(1+(-1))+3\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)+3.5\cos\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right]-j\left[\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)+0.5\sin\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right]\right)$$
$$= \frac{1}{6}\left([1.5-1.75]-j\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right]\right) = -\frac{1}{24}+j\frac{3\sqrt{3}}{24} = 0.22\,e^{j\angle 100.9^\circ}$$

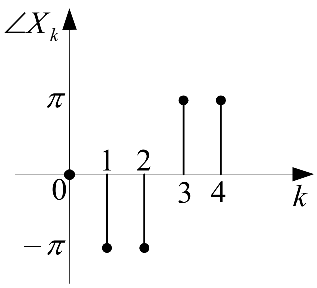




(d) $X_k = \frac{1}{5}\sum_{n=-2}^{2} x[n]\,e^{-jk\frac{2\pi}{5}n} = \frac{1}{5}\left(1+4\cos\left(\frac{2\pi}{5}k\right)+6\cos\left(\frac{4\pi}{5}k\right)\right)$

$$X_0 = \frac{1}{5}(1+4+6) = \frac{11}{5} = 2.2$$
$$X_1 = \frac{1}{5}\left(1+4\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+6\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)\right) = \frac{1}{5}(1+1.24-4.85) = -0.523$$
$$X_2 = \frac{1}{5}\left(1+4\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)+6\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right)\right) = \frac{1}{5}(1-3.24+1.85) = -0.078$$
$$X_3 = \frac{1}{5}\left(1+4\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)+6\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right)\right) = \frac{1}{5}(1-3.24+1.85) = -0.078$$
$$X_4 = \frac{1}{5}\left(1+4\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right)+6\cos\left(\frac{16\pi}{5}\right)\right) = \frac{1}{5}(1+1.24-4.85) = -0.523$$





(e) $X_k = \frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5} x[n]e^{-jk\frac{\pi}{3}n} = \frac{1}{6}\left(e^{-jk\frac{\pi}{3}} + 2e^{-jk\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-jk\frac{3\pi}{3}}\right)$

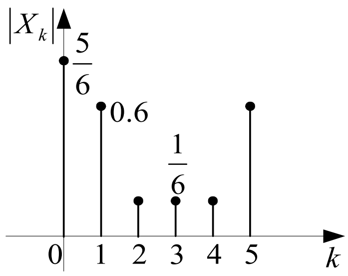
$$X_0 = \frac{1}{6}\left(e^{-j0\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j0\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j0\frac{3\pi}{3}}\right) = \frac{5}{6}$$
$$X_1 = \frac{1}{6}\left(e^{-j1\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j1\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j1\frac{3\pi}{3}}\right) = \frac{1}{6}\left(-\frac{5}{2} - j\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = 0.6\,e^{j\angle -134^\circ}$$

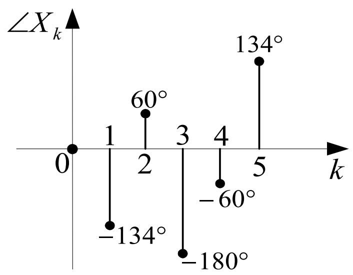
$$X_2 = \frac{1}{6}\left(e^{-j2\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j2\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j2\frac{3\pi}{3}}\right) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{6}e^{j\angle 60^\circ}$$

$$X_3 = \frac{1}{6}\left(e^{-j3\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j3\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j3\frac{3\pi}{3}}\right) = -\frac{1}{6} = \frac{1}{6}e^{j\angle -180^\circ}$$

$$X_4 = \frac{1}{6}\left(e^{-j4\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j4\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j4\frac{3\pi}{3}}\right) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{6}e^{j\angle -60^\circ}$$

$$X_5 = \frac{1}{6}\left(e^{-j5\frac{\pi}{3}} + 2e^{-j5\frac{2\pi}{3}} + 2e^{-j5\frac{3\pi}{3}}\right) = \frac{1}{6}\left(-\frac{5}{2} + j3\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0.6\,e^{j\angle 134^\circ}$$





(f) $$X_k = \frac{1}{6}\sum_{n=<N>} x[n]\,e^{-jk\frac{\pi}{3}n} = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(k\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(2k\frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$X_0 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(0\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(2\cdot 0\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1+4-2) = \frac{1}{2}$$

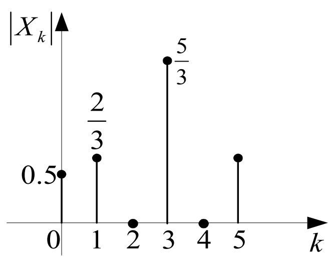
$$X_1 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(2\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1+2+1) = \frac{2}{3}$$

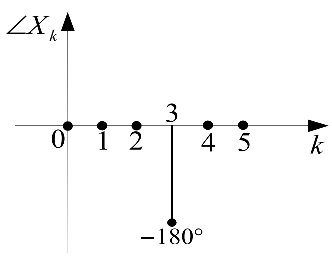
$$X_2 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(2\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(4\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1-2+1) = 0$$

$$X_3 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(3\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(6\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1-4-2) = -\frac{5}{3}$$

$$X_4 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(4\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(8\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1-2+1) = 0$$

$$X_5 = \frac{1}{6}\left(1 + 4\cos\left(5\frac{\pi}{3}\right) - 2\cos\left(10\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{6}(1+2+1) = \frac{2}{3}$$





6.3 (a) $x[n] = \sum_{k=-4}^{3} X_k e^{jk\frac{\pi}{4}n} = 2 + 2\cos(\frac{3\pi}{4}n)$

(b) $x[n] = \begin{cases} 0, & n = even \\ 4, & n = 1,\ 9,\ 17,\ 25,\ \cdots \\ +j4, & n = 3,\ 11,\ 19,\ 27,\ \cdots \\ -j4, & n = 5,\ 13,\ 21,\ 29,\ \cdots \\ 4, & n = 7,\ 15,\ 23,\ 31,\ \cdots \end{cases}$

(c) $x[n] = \begin{cases} 8, & n = 4,\ 12,\ 20,\ 28, \cdots, \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

(d) $x[n] = \sum_{k=-4}^{3} X_k e^{jk\frac{\pi}{4}n} = (1 + (-1)^n)(1 + 2\cos(\frac{\pi}{4}n))$

6.4 (a) $a_k = \frac{1}{N} \sum_{<N>} x_1[n] e^{-j2\pi nk/N} = \frac{1}{6} \sum_{n=-2}^{3} x_1[n] e^{-j\pi nk/3}$

$a_0 = \frac{3}{2}$

$a_1 = \frac{2}{3}$

$a_2 = 0$

$a_3 = \frac{1}{6}$

$a_4 = 0$

$a_5 = \frac{2}{3}$

(b) $b_k = \frac{1}{N} \sum_{<N>} x[n] e^{-j2\pi nk/N} = \frac{1}{8} \sum_{n=-2}^{5} x_2[n] e^{-j\pi nk/4}$

$b_0 = \frac{9}{8}$

$b_1 = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{8}$

$b_2 = \frac{1}{8}$

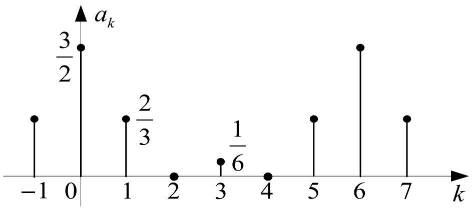
$b_3 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{8}$

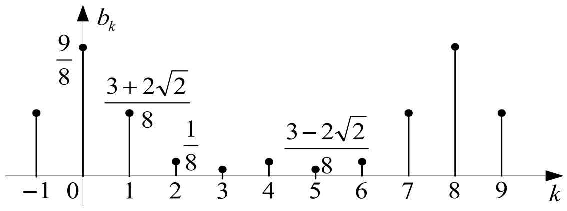
$b_4 = \frac{1}{8}$

$$b_5 = \frac{3-2\sqrt{2}}{8}$$

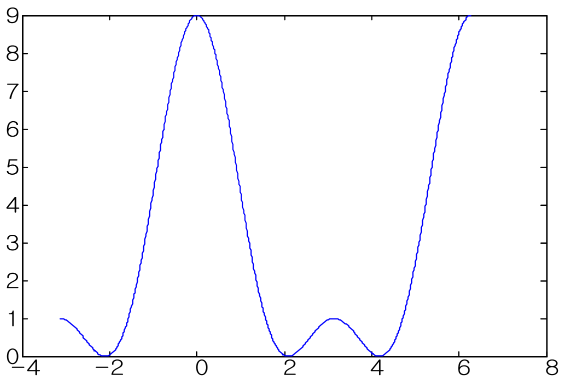
$$b_6 = \frac{1}{8}$$

$$b_7 = \frac{3+2\sqrt{2}}{8}$$





(c) $X_3(\Omega) = \sum_{n=-2}^{3} x[n]e^{-j\Omega n} = 3 + 4\cos(\Omega) + 2\cos(2\Omega)$



(d) $\begin{cases} c_1 = \frac{1}{6}, & \Omega_1 = \frac{\pi}{3} \\ c_2 = \frac{1}{8}, & \Omega_2 = \frac{\pi}{4} \end{cases}$

(e) $c_1 = \frac{1}{6}, \quad \Omega_1 = \frac{\pi}{3}$

6.5 (a) $X_k{}' = e^{-j\frac{2\pi}{N}n_0 k} X_k$

(b) $X'_k = X_k - e^{-j\frac{2\pi}{N}k} X_k = (1 - e^{-j\frac{2\pi}{N}k}) X_k$

(c) $X'_k = (1 - e^{-j\pi k}) X_k = (1 - (-1)^k) X_k$

(d) $X'_k = (1 + e^{j\pi k}) X_k = (1 + (-1)^k) X_k$

(e) $X'_k = \dfrac{1}{N} \sum_{n=<N>} x[-n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = X_{-k}$

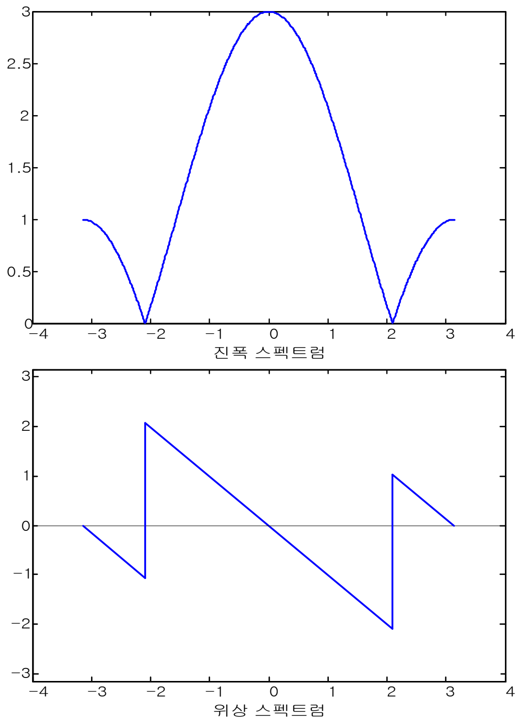
(f) $X'_k = \dfrac{1}{N} \sum_{n=<N>} x[n] e^{j\pi n} e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = X_{k-\frac{N}{2}}$

6.6 (a) $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} = 1 + e^{-j\Omega} + e^{-j2\Omega} = e^{-j\Omega}(1 + 2\cos(\Omega))$

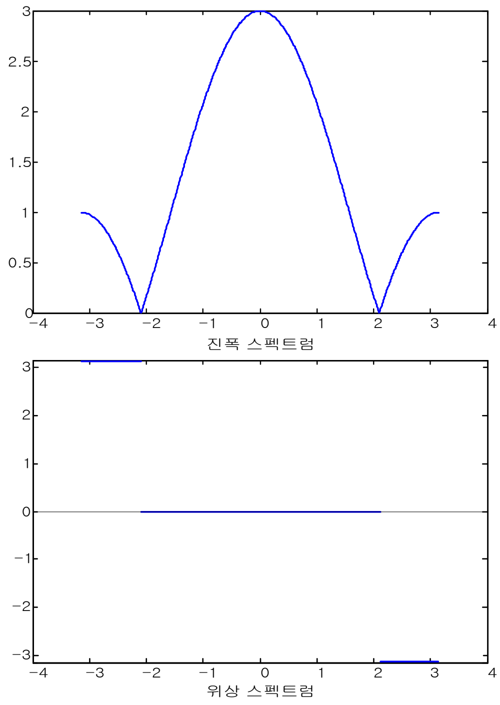
(b) $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} = e^{j\Omega} + 1 + e^{-j\Omega} = (1 + 2\cos(\Omega))$

(c) $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} = e^{j\Omega} + e^{-j\Omega} = 2\cos(\Omega)$

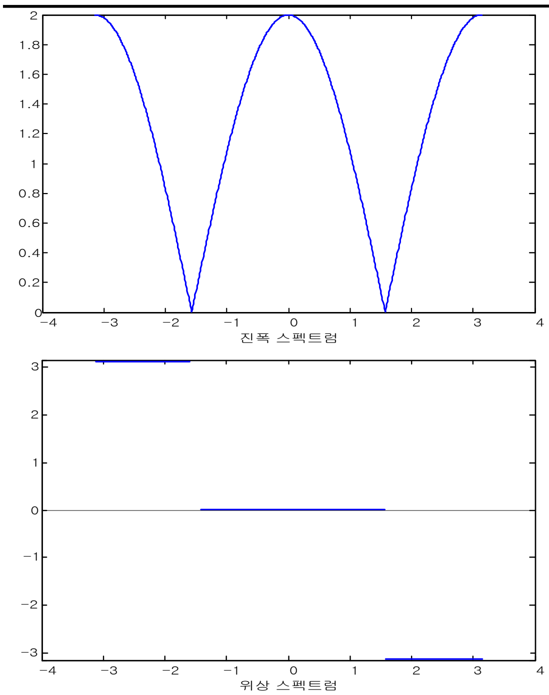
(d) $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} = e^{j\Omega} - 1 + e^{-j\Omega} = (-1 + 2\cos(\Omega))$



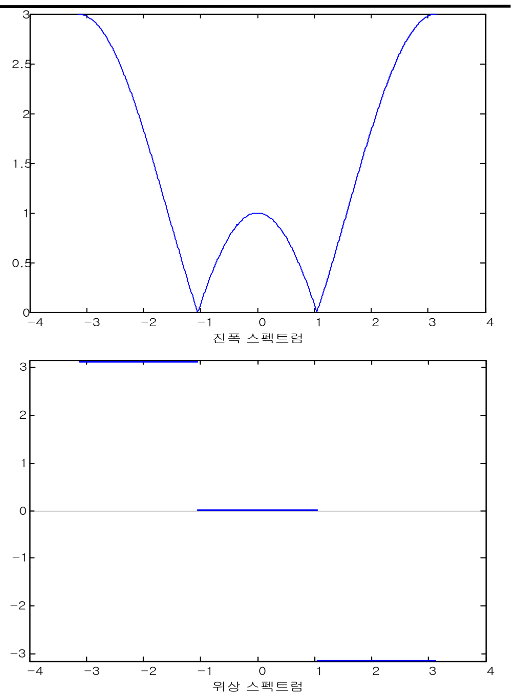
(a)



(b)



(c)



(d)

6.7 (a) $X(\Omega)=\sum_{n=-2}^{2} x[n]e^{-j\Omega n}=3+4\cos(\Omega)+2\cos(2\Omega)$

(b) $X(\Omega)=\sum_{n=1}^{5} x[n]e^{-j\Omega n}=e^{-j3\Omega}(3+4\cos(\Omega)+2\cos(2\Omega))$

(c) $X(\Omega)=\sum_{n=-3}^{3} x[n]e^{-j\Omega n}=-j\,[6\sin(\Omega)+12\sin(2\Omega)+18\sin(3\Omega)]$

(d) $X(\Omega)=\sum_{n=-2}^{2} x[n]e^{-j\Omega n}=4\cos(\Omega)+8\cos(2\Omega)$

(e) $X(\Omega)=\sum_{n=0}^{3} x[n]e^{-j\Omega n}=4e^{-j\frac{3}{2}\Omega}\cos(\frac{1}{2}\Omega)\cos(\Omega)$

(f) $X(\Omega)=\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X'(k\Omega_0)\delta(\Omega-k\Omega_0)=\frac{\pi}{3}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(1+j4\sin\left(\frac{\pi}{3}k\right)\right)\delta\left(\Omega-\frac{\pi}{3}k\right)$

6.8 (a) $X'(\Omega)=\sum_{n=0}^{3}x'[n]e^{-j\Omega n}=2(e^{-j\Omega}+e^{-j2\Omega})\cos\Omega$

$$X(\Omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\pi}{2}\left(2(e^{-j\frac{\pi}{2}k}+e^{-j\pi k})\cos(\frac{\pi}{2}k)\right)\delta(\Omega-\frac{\pi}{2}k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(\Omega-2\pi m)$$

(b) $X'(\Omega)=\sum_{n=0}^{7}x'[n]e^{-j\Omega n}=4(e^{-j3\Omega}+e^{-j4\Omega})(\cos\Omega)(\cos2\Omega)$

$$X(\Omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\pi}{4}\left(4(e^{-j\frac{3\pi}{4}k}+e^{-j\pi k})(\cos\frac{\pi}{4}k)(\cos\frac{\pi}{2}k)\right)\delta(\Omega-\frac{\pi}{4}k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(\Omega-2\pi m)$$

(c) $X'(\Omega)=\sum_{n=0}^{1}x'[n]e^{-j\Omega n}=1$

$$X(\Omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\pi\delta(\Omega-k\pi)$$

(d) $X'(\Omega)=\sum_{n=0}^{3}x'[n]e^{-j\Omega n}=1+e^{-j\Omega}$

$$X(\Omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\pi}{2}(1+e^{-j\frac{\pi}{2}k})\delta(\Omega-\frac{\pi}{2}k)$$

6.9 (a) $X(\Omega)=\sum_{n=0}^{\infty}(0.5)^n e^{-j\Omega n}=\sum_{n=0}^{\infty}(0.5e^{-j\Omega})^n=\frac{1}{1-0.5e^{-j\Omega}}$

(b) $Y(\Omega)=j\frac{dX(\Omega)}{d\Omega}=\frac{0.5e^{-j\Omega}}{(1-0.5e^{-j\Omega})^2}$

(c) $Y(\Omega)=X(-\Omega)=\frac{1}{1-0.5e^{j\Omega}}$

(d) $y[n]=(0.5)^{|n|}\cos(\frac{\pi}{2}n)=\frac{1}{2}(0.5)^{|n|}e^{j\frac{\pi}{2}n}+\frac{1}{2}(0.5)^{|n|}e^{-j\frac{\pi}{2}n}$

$$Y(\Omega)=\frac{1}{2}X(\Omega-\frac{\pi}{2})+\frac{1}{2}X(\Omega+\frac{\pi}{2})=\frac{\frac{15}{16}}{(1+(0.5e^{-j\Omega})^2)(1+(0.5e^{j\Omega})^2)}$$

(e) $X(\Omega) = \sum_{n=-3}^{3} (e^{-j\Omega})^n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{7\Omega}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{\Omega}{2}\right)}$

(f) $X(\Omega) = \sum_{n=-N}^{N} n e^{-j\Omega n} = -j2\sum_{k=1}^{N} k\sin(k\Omega)$

6.10 (a) $Y(\Omega) = X(-\Omega) = \dfrac{1}{1-0.5e^{-j\Omega}}$

(b) $Y(\Omega) = e^{-j\Omega}X(\Omega) = \dfrac{e^{-j\Omega}}{1-0.5\,e^{j\Omega}}$

(c) $Y(\Omega) = j\dfrac{dX(\Omega)}{d\Omega} = -\dfrac{0.5e^{j\Omega}}{(1-0.5e^{j\Omega})^2}$

(d) $Y(\Omega) = X(\Omega)X(\Omega) = \dfrac{1}{(1-0.5e^{j\Omega})^2}$

(e) $Y(\Omega) = e^{j\Omega}X(\Omega)+e^{-j\Omega}X(\Omega) = \dfrac{e^{j\Omega}+e^{-j\Omega}}{1-0.5\,e^{j\Omega}} = \dfrac{2\cos(\Omega)}{1-0.5\,e^{j\Omega}}$

(f) $Y(\Omega) = \dfrac{1}{2\pi}X(\Omega) * W(\Omega) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1-0.5e^{j(\Omega+\pi)}}+\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{1-0.5e^{j(\Omega-\pi)}}\right)$

6.11 (a) $x[n] = \dfrac{3}{(2\pi)^2\,(jn)^2}\left(e^{j\frac{2\pi}{3}n}+e^{-j\frac{2\pi}{3}n}-2\right) = \dfrac{3}{2\pi^2 n^2}\left(1-\cos(\dfrac{2\pi}{3}n)\right)$

(b) 교재의 그림은 주파수축 값이 잘못되었음
(π에 대한 대칭성 만족 않아 실수 신호로 될 수 없음)

$x[n] = \dfrac{3}{2\pi^2 n^2}cos(\dfrac{\pi}{3}n)-\dfrac{1}{\pi n}sin(\dfrac{\pi}{3}n)-(-1)^n$

(c) $x[n] = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{1}{jn}\left(e^{j\frac{2\pi}{3}n}-e^{-j\frac{2\pi}{3}n}+e^{j\frac{\pi}{3}n}-e^{-j\frac{\pi}{3}n}\right) = \dfrac{1}{\pi n}sin(\dfrac{2\pi}{3}n)+\dfrac{1}{\pi n}sin(\dfrac{\pi}{3}n)$

(d) $x[n] = \dfrac{3}{\pi^2 n^2}\left(2\cos(\dfrac{2\pi}{3}n)-\cos(\dfrac{\pi}{3}n)-(-1)^n\right)$

6.12 (a) $x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{-\frac{3\pi}{4}} e^{j\Omega n}\,d\Omega+\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} e^{j\Omega n}\,d\Omega=\mathrm{sinc}(\pi n)-\frac{3}{4}\mathrm{sinc}\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$

(b) $x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\delta\left(\Omega-\frac{k\pi}{2}\right)e^{j\Omega n}\,d\Omega=\frac{1}{\pi}\left(1-2\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)+2\cos(\pi n)\right)$

(c) $x[n]=\delta[n]-2\delta[n-3]+4\delta[n+2]+3\delta[n-6]$

(d) $x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{-\frac{\pi}{3}} e^{j2\Omega}e^{j\Omega n}\,d\Omega+\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} e^{j2\Omega}e^{j\Omega n}\,d\Omega=\frac{2}{3}\mathrm{sinc}\left(\frac{2\pi}{3}(n+2)\right)-\frac{1}{3}\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{3}(n+2)\right)$

6.13 (a) $X(\Omega)=\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}}\frac{ae^{-j\Omega}}{1-ae^{-j\Omega}}=\frac{ae^{-j\Omega}}{(1-ae^{-j\Omega})^2}$

(b) $X(\Omega)=j\frac{dX'(\Omega)}{d\Omega}=j\frac{-jae^{-j\Omega}}{(1-ae^{-j\Omega})^2}=\frac{ae^{-j\Omega}}{(1-ae^{-j\Omega})^2}$

(c) $X(\Omega)=ae^{-j\Omega}X'(\Omega)=\frac{ae^{-j\Omega}}{(1-ae^{-j\Omega})^2}$

6.14 (a) $x_2[n]=(x_1[n]+x_1[-n])\left(0.5+\cos(\frac{2\pi}{3}n)\right)$

(b) $x_3[n]=(-1)^n(x_1[n]-x_1[-n])$

6.15 (a) $X(0)=X(\Omega)|_{\Omega=0}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]=12$

(b) $X(\pi)=X(\Omega)|_{\Omega=\pi}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n x[n]=0$

(c) $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\Omega)\,d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}\,d\Omega\Big|_{n=0}=x[0]=1$

(d) $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|X(\Omega)|^2\,d\Omega=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2=28$

6.16 (a) $H(\Omega)=\dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}=\dfrac{1-0.5e^{-j\Omega}}{1+0.8e^{-j\Omega}}$

(b) $H(\Omega)=\dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}=\dfrac{e^{-j\Omega}}{1+0.64e^{-j2\Omega}}$

(c) $H(\Omega)=\dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}=\dfrac{2e^{-j\Omega}-e^{-j2\Omega}}{1-0.3e^{-j\Omega}-0.4e^{-j2\Omega}}$

(d) $H(\Omega)=\dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}=\dfrac{1-2e^{-j\Omega}-3e^{-j2\Omega}}{1-3e^{-j\Omega}-4e^{-j2\Omega}-6e^{-j3\Omega}}$

6.17 (a) $Y_k=H(k\Omega_0)X_k=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}+j\dfrac{1}{2}, & k=-3\,(k=5)\\ \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}-j\dfrac{1}{2}, & k=3\\ 0, & \text{그 외}\end{cases}$

(b) $\begin{cases}Y_0=\dfrac{1}{4}\\ Y_1=\dfrac{1}{4}(1-j2)\\ Y_2=\dfrac{1}{4}\\ Y_3=\dfrac{1}{4}(1+j2)\end{cases}$

(c) $\begin{cases}Y_0=\dfrac{1}{2}\\ Y_1=\dfrac{1}{3}(1-j\sqrt{3})\\ Y_2=0\\ Y_3=-\dfrac{1}{6}\\ Y_4=0\\ Y_5=\dfrac{1}{3}(1+j\sqrt{3})\end{cases}$

6.18 (a) $H(\Omega) = \dfrac{1}{1+0.5e^{-j\Omega}}$

(b) $h[n] = (-0.5)^n u[n]$

(c) (ⅰ) $x[n] = (0.5)^n u[n]$

$$X(\Omega) = \frac{1}{1-0.5e^{-j\Omega}}$$

$$Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega) = \frac{1}{(1+0.5e^{-j\Omega})(1-0.5e^{-j\Omega})} = \frac{0.5}{1+0.5e^{-j\Omega}} + \frac{0.5}{1-0.5e^{-j\Omega}}$$

$$y[n] = 0.5(-0.5)^n u[n] + 0.5(0.5)^n u[n] = ((-0.5)^{n-1} + (0.5)^{n+1})u[n]$$

(ⅱ) $x[n] = \delta[n] - 0.5\,\delta[n-1]$

$$X(\Omega) = 1 - 0.5e^{-j\Omega}$$

$$Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega) = \frac{1-0.5e^{-j\Omega}}{1+0.5e^{-j\Omega}} = \frac{1}{1+0.5e^{-j\Omega}} - \frac{0.5e^{-j\Omega}}{1+0.5e^{-j\Omega}}$$

$$y[n] = (-0.5)^n u[n] - 0.5(-0.5)^{n-1} u[n-1] = (-0.5)^n u[n] + (-0.5)^n u[n-1]$$

(d) (ⅰ) $X(\Omega) = \dfrac{1}{(1-0.25\,e^{-j\Omega})\,(1+0.5\,e^{-j\Omega})}$

$$Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega) = \frac{1/9}{1-0.25e^{-j\Omega}} + \frac{2/9}{1+0.5e^{-j\Omega}} + \frac{2/3}{(1+0.5e^{-j\Omega})^2}$$

$$y[n] = \frac{1}{9}(0.25)^n u[n] + \frac{2}{9}(-0.5)^n u[n] + \frac{2}{3}(n+1)(-0.5)^n u[n]$$

(ⅱ) $X(\Omega) = 1 + 2e^{-j3\Omega}$

$$Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega) = \frac{1+2e^{-j3\Omega}}{1+0.5e^{-j\Omega}} = \frac{1}{1+0.5e^{-j\Omega}} + \frac{2e^{-j3\Omega}}{1+0.5e^{-j\Omega}}$$

$$y[n] = (-0.5)^n u[n] + 2(-0.5)^{n-3} u[n-3]$$

6.19 (a) $H(\Omega) = \dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)} = \dfrac{1-2e^{-j\Omega}-e^{-j2\Omega}}{1+0.5e^{-j\Omega}}$

(b) $h[n] = \delta[n] - 2.5\delta[n-1] + (-0.5)^n u[n-2]$

(c) $y[n] + 0.5y[n-1] = x[n] - 2x[n-1] - x[n-2]$

6.20 (a) $H(\Omega)=\dfrac{Y(\Omega)}{X(\Omega)}=0.25(1+e^{-j\Omega}+e^{-j2\Omega}+e^{-j3\Omega})$

(b) $h[n]=0.25(\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]+\delta[n-3])$

(c) (i) $x[n]=\cos(\dfrac{n\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3})$

$$\begin{aligned} y[n] &= 0.25\left[\cos(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{4}(n-1)+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{4}(n-2)+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{4}(n-3)+\frac{\pi}{3})\right] \\ &= 0.25\left[\cos(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{12})+\cos(\frac{\pi}{4}n-\frac{\pi}{6})+\cos(\frac{\pi}{4}n-\frac{5\pi}{12})\right] \end{aligned}$$

(ii) $x[n]=\sin(\dfrac{n\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3})$

$$\begin{aligned} y[n] &= 0.25\left[\sin(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{\pi}{4}(n-1)+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{\pi}{4}(n-2)+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{\pi}{4}(n-3)+\frac{\pi}{3})\right] \\ &= 0.25\left[\sin(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{\pi}{4}n+\frac{\pi}{12})+\sin(\frac{\pi}{4}n-\frac{\pi}{6})+\sin(\frac{\pi}{4}n-\frac{5\pi}{12})\right] \end{aligned}$$

(iii) $x[n]=\cos(\dfrac{n\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3})+\sin(\dfrac{n\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3})$

$$\begin{aligned} y[n] = 0.25 &\left[\begin{aligned} &\cos(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{(n-1)\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{(n-1)\pi}{4}+\frac{\pi}{3}) \\ &+\cos(\frac{(n-2)\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{(n-2)\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{(n-3)\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{(n-3)\pi}{4}+\frac{\pi}{3}) \end{aligned}\right] \\ = 0.25 &\left[\begin{aligned} &\cos(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\sin(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{12})+\sin(\frac{n\pi}{4}+\frac{\pi}{12}) \\ &+\cos(\frac{n\pi}{4}-\frac{\pi}{6})+\sin(\frac{n\pi}{4}-\frac{\pi}{6})+\cos(\frac{n\pi}{4}-\frac{5\pi}{12})+\sin(\frac{n\pi}{4}-\frac{5\pi}{12}) \end{aligned}\right] \end{aligned}$$

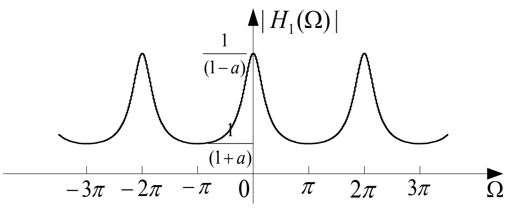
6.21 (a) $H(\Omega)=H_1(\Omega-\pi)$

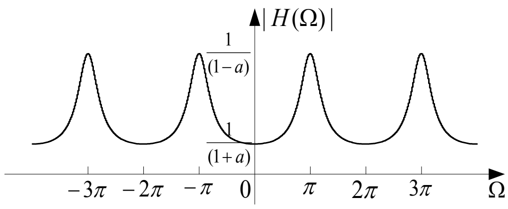
(b) $h[n]=(-1)^n h_1[n]$

(c) 고역통과 필터

(d) $H_1(\Omega)=\dfrac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$

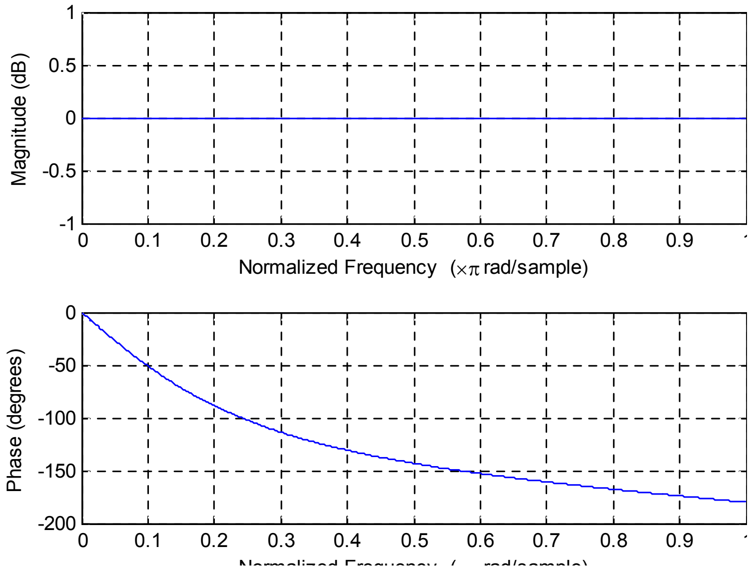
$$H(\Omega)=H_1(\Omega-\pi)=\frac{1}{1-ae^{-j(\Omega-\pi)}}=\frac{1}{1+ae^{-j\Omega}}$$





6.22 (a) $b = -a$

(b) $H(\Omega) = \dfrac{-0.5 + e^{-j\Omega}}{1 - 0.5e^{-j\Omega}}$



(c) $y[n] = -0.5(0.5)^n u[n] + 0.75n(0.5)^n u[n] = \{-0.5(0.5)^n + 0.75(0.5)^n\} u[n]$

6.23 (a) $b = 0.5$

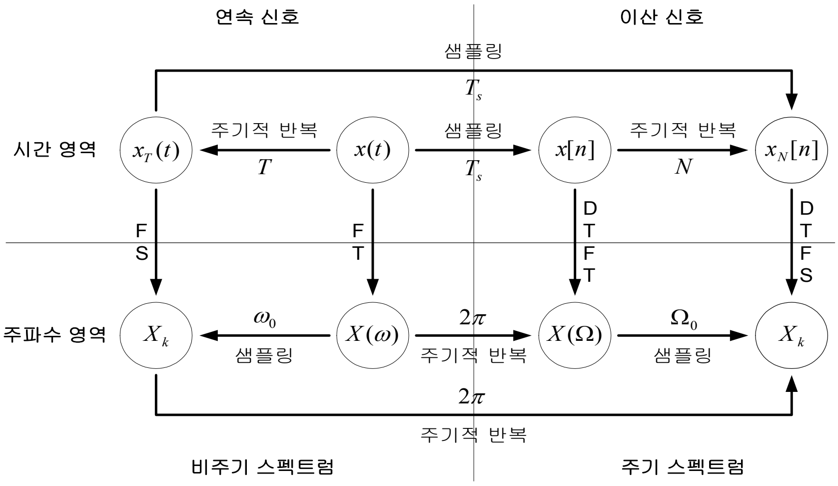
(b) $\Omega = 0.23\pi$

6.24 (a) $X(\omega) = \displaystyle\int_0^\infty e^{-at} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{a + j\omega}$

(b) $X_s(\omega) = \dfrac{1}{2\pi} X(\omega) * P(\omega) = \dfrac{1}{T_s} \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\omega_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{a + j(\omega - k\omega_s)}$

(c) $X(\Omega) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\Omega n} = \frac{1}{1 - ae^{-j\Omega}}$

(d) $X_s(\omega)$와 $X(\Omega)$는 $\omega_s = 2\pi$가 되면 같아진다. 시간 영역에서의 샘플링은 주파수 영역에서 스펙트럼의 주기적 반복이라는 결과로 나타난다.



(e) $\Omega = \frac{2\pi}{\omega_s}\omega = T_s\,\omega$

Chapter 07 연습문제 답안

7.1 (a) $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \delta[n]\, W_N^{kn} = 1, \quad k = 0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$

(b) $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \delta[n-n_0]\, W_N^{kn} = W_N^{n_0 k}, \quad k = 0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$

(c) $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} a^n\, W_N^{kn} = \dfrac{1-a^N}{1-a\,W_N^k}, \quad k = 0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$

(d) $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\dfrac{9}{2} + \dfrac{1}{4} e^{j\frac{4\pi}{N}n} + \dfrac{1}{4} e^{-j\frac{4\pi}{N}n} \right) W_N^{kn} = \begin{cases} \dfrac{9}{2}N, & k=0 \\ \dfrac{1}{4}N, & k=2,\ N-2(-2) \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

7.2 (a) $x_3[n]$

(b) $x_2[n]$

(c) $x_1[n]$과 $x_2[n]$

(d) $x_3[n]$

7.3 (a) $Y[k] = [1,\ -3,\ 2,\ -4]$

(b) $Y[k] = [3,\ 6+j3,\ 2,\ 8-j4]$

(c) $Y[k] = [1,\ 4,\ 2,\ 3]$

(d) $Y[k] = [1,\ 4,\ 2,\ 3]$

(e) $Y[k] = \left[\dfrac{29}{4},\ \dfrac{22}{4},\ \dfrac{29}{4},\ \dfrac{20}{4} \right]$

(f) $Y[K] = [1,\ 9,\ 4,\ 16]$

7.4 (a) $x[0] = \dfrac{1}{N} \sum_{k=<N>} X[k] = \dfrac{1}{3}$

(b) $x[0] = \dfrac{1}{N} \sum_{k=<N>} X[k] = \dfrac{10}{9}$

7.5 (a) $x[n]=[\breve{\frac{1}{4}},\ -\frac{1}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{3}{4}]$

(b) $x[n]=[\breve{1},\ 0,\ 0,\ 0]$

(c) $x[n]=[\breve{0},\ 0,\ 1,\ 0]$

(d) $x[n]=[\breve{0},\ 1,\ 0,\ 1]$

(e) $x[n]=[\breve{\frac{1}{8}},\ \frac{1}{8}(1-\sqrt{2}),\ -\frac{1}{8},\ \frac{1}{8}(1-\sqrt{2}),\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{8}(1+\sqrt{2}),\ -\frac{1}{8},\ \frac{1}{8}(1+\sqrt{2})]$

(f) $x[n]=[\breve{\frac{6}{5}},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{5}]$

7.6 (a) $X[k]=[3,\ -1,\ 3,\ -1,\ 3,\ -1,\ 3,\ -1]$

(b) $y[n]=x[n-2]=\delta[n-2]+2\delta[n-6]$

7.7 $x[n]w[n]=\frac{1}{2}x[n]-\frac{1}{4}W_N^{-n}x[n]-\frac{1}{4}W_N^{n}x[n]$

$x[n]w[n] \Leftrightarrow \frac{1}{2}X[k]-\frac{1}{4}X[k-1]-\frac{1}{4}X[k+1]$

7.8 (a) $y[n]=[x[n],\ x[n]]$

(b) $Y[k]=[X[k],\ X[k]]=[3,\ -1,\ 3,\ -1,\ 3,\ -1,\ 3,\ -1]$

7.9 (a) 256[Hz]

(b) $f_{max}=256$[Hz]

(c) $\triangle f=\frac{256}{256}=1Hz$

(d) $f_b=128$[Hz]

7.10 (a) $k=150$에 해당하는 아날로그 주파수:

$$f_k=20000\frac{150}{1000}=3000\,[\mathrm{Hz}]=3\,[\mathrm{kHz}]$$

$k=800$에 해당하는 아날로그 주파수:

$$f_k=20000\frac{200}{1000}=4000\,[\mathrm{Hz}]=4\,[\mathrm{kHz}]$$

(b) 디지털 주파수 해상도 : $\triangle F = \dfrac{1}{1000} = 0.001$

아날로그 주파수 해상도 : $\triangle f = 20\,[\text{Hz}]$

7.11 $x(t) = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{4}\cos(2000\pi t) + \dfrac{1}{4}\cos(4000\pi t)$

7.12 (a) $f_s \geqq 20\,[\text{kHz}]$

(b) $N = 2 \times 10^5$

(c) $N = 2^{18} = 262{,}144$

(d) $t_s \leqq \dfrac{2^{18}}{2 \times 10^4} = 13.1072$

7.13 (a) $k = 15$와 $k' = N - k = 100 - 15 = 85$

DFT로 구한 스펙트럼의 첨두가 실제 신호의 스펙트럼 첨두와 일치한다.

(b) $k = 19$와 $k' = N - k = 128 - 19 = 109$

DFT로 구한 스펙트럼의 첨두가 실제 신호의 스펙트럼 첨두와 일치하지 않는다.

7.14 (a) DFT의 길이: $N = 200$, 주파수 해상도: $\triangle f = 1\,[\text{Hz}]$

(b) $N' = 2N = 400$, 200개의 영 채우기가 필요하다.

(c) $N = 512$, 312개의 영 채우기를 해야 한다. 이미 (b)에서 200개의 영 채우기가 이루어져 있는 경우라면 112개의 영 채우기를 추가하면 된다.

7.15 (a) $X[k] = [4,\ -1+j,\ 2,\ -1-j]$

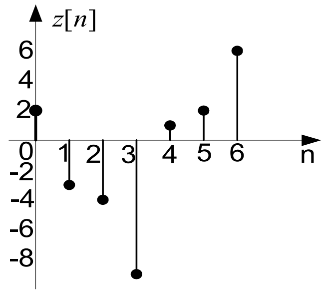
(b) $y[n] = x[n] \circledast x[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]x[n-m] = [\check{5},\ 4,\ 5,\ 2]$

(c) $Y[k] = X[k]X[k] = [16,\ -2j,\ 4,\ 2j]$

$y[n] = \dfrac{1}{N}\sum_{k=<N>} Y[k]\, W_N^{-kn} = [\check{5},\ 4,\ 5,\ 2]$

(d) $z[n] = [\check{2}.\ 0,\ 4,\ 2,\ 4,\ 4]$

7.16 (a) $z[n]=[\check{2}, -3, -4, -9, 1, 2, 6]$



(b) $s[n]=[\check{3}, -1, 2, -9]$

(c) $x'[n]=[-1, 2, 1, 3, 0, 0, 0]$ & $y'[n]=[-2, -1, 0, 2, 0, 0, 0]$

$s'[n]=x'[n] \circledast y'[n]=[\check{2}, -3, -4, -9, 1, 2, 6]$

7.17 (a) 선형 컨벌루션을 직접 계산: $y[n]=x[n]*h[n]=[\check{2}, 3, 5, 2]$

DFT를 이용한 원형 컨벌루션을 계산:

$x_a[n]=[\check{2}, 1, 0, 0]$, $h_a[n]=[\check{1}, 1, 2, 0]$, $y[n]=[2, 3, 5, 2]$

k	$X_a[k]$	$H_a[k]$	$Y[k]$
0	3	4	12
1	2+j	-1+j	-3+j
2	1	2	2
3	2-j	-1-j	-3-j

(b) 선형 컨벌루션을 직접 계산: $y[n]=x[n]*h[n]=[\check{1}, 1, 2, 2, 0, 3]$

DFT를 이용한 원형 컨벌루션을 직접 계산:

$x_a[n]=[\check{1}, -1, 1, 0, 0, 0]$, $h_a[n]=[\check{1}, 2, 3, 3, 0, 0]$, $y[n]=[1, 1, 2, 2, 0, 3]$

k	$X_a[k]$	$H_a[k]$	$Y[k]$
0	1	9	9
1	0	$-2.5+j2.5\sqrt{3}$	0
2	$1-j\sqrt{3}$	$1.5-j0.5\sqrt{3}$	$-j2\sqrt{3}$
3	3	-1	-3
4	$1+j\sqrt{3}$	$1.5+j0.5\sqrt{3}$	$j2\sqrt{3}$
5	0	$-2.5-j2.5\sqrt{3}$	0

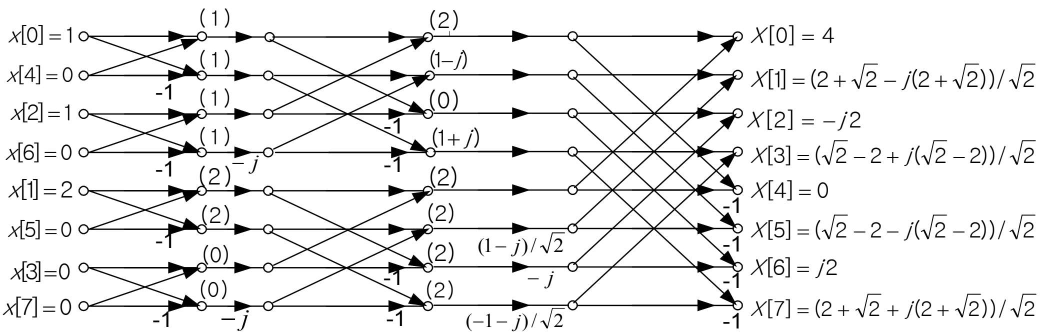
7.18 ▸ 선형 컨벌루션 계산

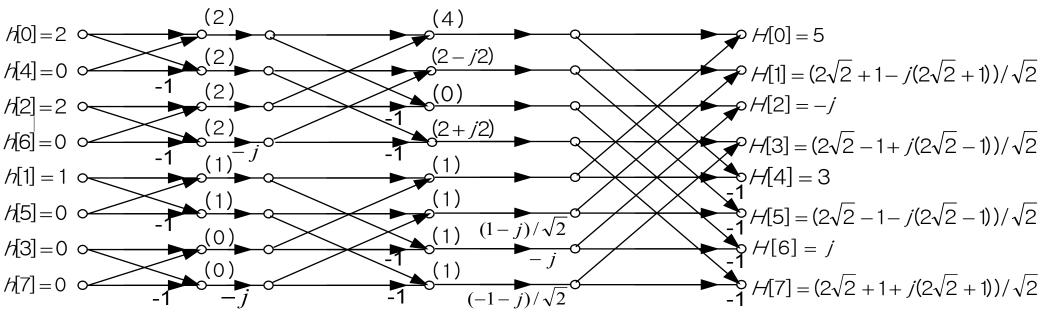
(a) $y[n]=x[n]*h[n]=[\check{2},\ 5,\ 6,\ 5,\ 2]$

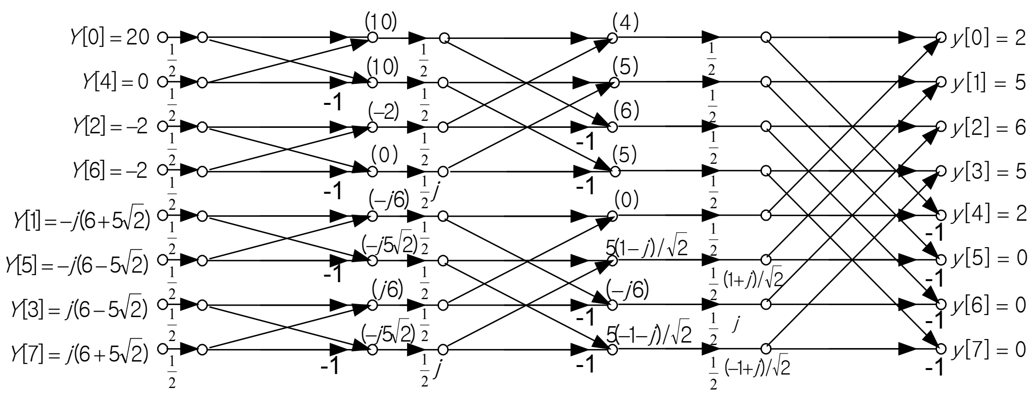
(b) $x_a[n]=[\check{1},\ 2,\ 1,\ 0,\ 0]$, $h_a[n]=[\check{2},\ 1,\ 2,\ 0,\ 0]$, $y[n]=[\check{2},\ 5,\ 6,\ 5,\ 2]$

k	$X_a[k]$	$H_a[k]$	$Y[k]$
0	4	5	20
1	0.81+j2.49	0.69+j2.13	-4.74+j3.44
2	-0.31+j0.23	1.81-j1.31	-0.26+j0.82
3	-0.31-j0.23	1.81+j1.31	-0.26-j0.82
4	0.81-j2.49	0.69-j2.13	-4.74-j3.44

(c) $x[n]=[1\ 2\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$, $h[n]=[2\ 1\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$, $y[n]=[\check{2},\ 5,\ 6,\ 5,\ 2,\ 0,\ 0.\ 0]$







▶ 원형 컨벌루션 계산

(a) $y[n]=x[n]\circledast h[n]=[\check{7},\ 7,\ 6]$

(b) $y[n]=[7,\ 7,\ 6]$

k	$X[k]$	$H[k]$	$Y[k]$
0	4	5	20
1	$-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) 밑수 2 FFT로는 이 원형 컨벌루션을 계산할 수 없다. 원형 컨벌루션의 정의에서 신호의 길이는 신호의 주기를 뜻하는데 $N=3$인 신호에 영 채우기를 해 $N=2^2=4$가 되도록 만들면 원래의 주어진 신호와는 다른 주기 4인 주기 신호가 된다. 따라서 원형 컨벌루션의 결과도 달라진다. 주어진 신호에 영 채우기를 한 $x[n]=[1\ 2\ 1\ 0]$과 $h[n]=[2\ 1\ 2\ 0]$의 원형 컨벌루션은 $y[n]=[4\ 5\ 6\ 5]$가 된다.

7.19 (a) 중복-더하기 방법:

$$y[n]=y_0[n]+y_1[n-2]+y_2[n-4]+y_3[n-6]=[1,\ 3,\ 6,\ 9,\ 10,\ 9,\ 6,\ 3,\ 1]$$

중복-저장 방법:

$$y[n]=y_0'[n]+y_1'[n-2]+y_2'[n-4]+y_3'[n-6]+y_4'[n-8]=[1,\ 3,\ 6,\ 9,\ 10,\ 9,\ 6,\ 3,\ 1]$$

(b) 중복-더하기 방법:

$$y[n]=y_0[n]+y_1[n-2]+y_2[n-4]+y_3[n-6]=[1,\ 0,\ 2,\ 2,\ -1,\ 4,\ 1,\ 2,\ -1,\ 3]$$

중복-저장 방법:

$$\begin{aligned}y[n]&=y_0'[n]+y_1'[n-2]+y_2'[n-4]+y_3'[n-6]+y_4'[n-8]\\&=[1,\ 0,\ 2,\ 2,\ -1,\ 4,\ 1,\ 2,\ -1,\ 3]\end{aligned}$$

7.20 (a) $f_b \leqq 2048\,[\mathrm{Hz}]$

(b) $\triangle f=1$

(c) 직접 DFT로 계산할 경우 곱셈의 수는 $101\times 4096=413{,}696$

밑수 2 시분할 FFT를 쓸 경우 곱셈의 수는 $2048\times 12=24{,}576$

(d) $M \geqq 6$

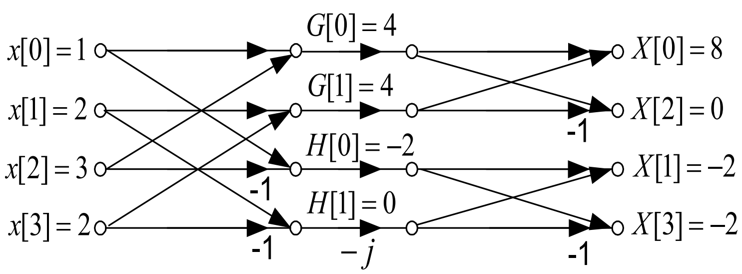
7.21 N=120인 경우: N이 N_s보다 적으므로 영 채우기 과정을 거쳐서 샘플 수를 맞춘다.

N=1000인 경우: N이 N_s보다 많으므로 먼저 영 채우기 과정을 거쳐서 샘플 수를 N_s의 배수로 맞춘다. 그리고 N_s/N배로 축약(솎음)과정을 거치면 512의 샘플 수를 얻는다.

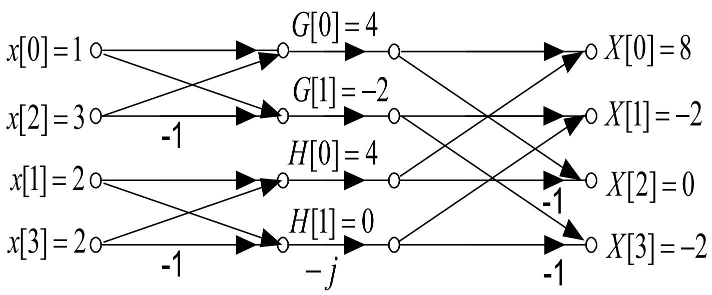
7.22 (a) $N \times M = 8192 \times 512 = 4{,}194{,}304$

(b) $(17+16) \times 512 \times \log_2 1024 + 16 \times 1024 = 185{,}344$

7.23 (a) 밑수 2 주파수 분할 역비트순 FFT: $X[k] = [8, -2, 0, -2]$

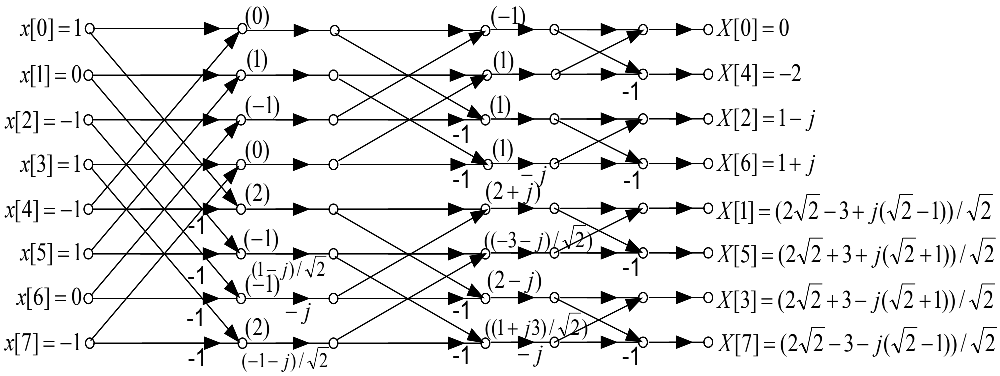


밑수 2 시분할 역 비트순 FFT: $X[k] = [8, -2, 0, -2]$



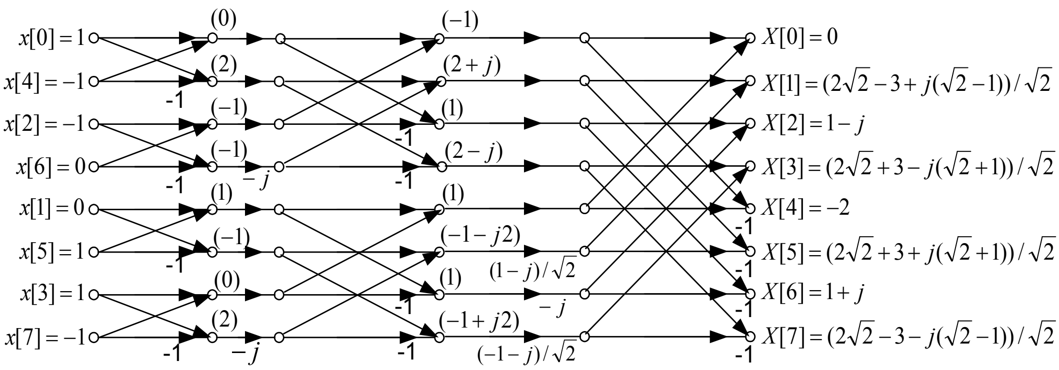
(b) 밑수 2 주파수 분할 역 비트순 FFT

$$X[k] = [0, \frac{4-3\sqrt{2}}{2} + j\frac{2-\sqrt{2}}{2}, 1-j, \frac{4+3\sqrt{2}}{2} - j\frac{2+\sqrt{2}}{2}, -2, \frac{4+3\sqrt{2}}{2} + j\frac{2+\sqrt{2}}{2}, 1+j, \frac{4-3\sqrt{2}}{2} - j\frac{2-\sqrt{2}}{2}]$$



밑수 2 시분할 역 비트순 FFT

$$X[k] = [0, \frac{4-3\sqrt{2}}{2} + j\frac{2-\sqrt{2}}{2}, 1-j, \frac{4+3\sqrt{2}}{2} - j\frac{2+\sqrt{2}}{2}, -2, \frac{4+3\sqrt{2}}{2} + j\frac{2+\sqrt{2}}{2}, 1+j, \frac{4-3\sqrt{2}}{2} - j\frac{2-\sqrt{2}}{2}]$$



Chapter 08 연습문제 답안

8.1 (a) $X(z) = z^2 + 2 + z^{-2}$,

수렴 영역 : $z \neq 0$, $|z| \neq \infty$인 z 평면

(b) $X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}$,

수렴 영역 : $z \neq 0$인 z 평면

(c) $X(z) = -z^2 + 2z - 2z^{-1} + z^{-2}$,

수렴 영역 : $z \neq 0$, $|z| \neq \infty$인 z 평면

(d) $X(z) = 1 - z^{-1} + z^{-2} - z^{-3} + z^{-4}$,

수렴 영역 : $z \neq 0$인 z 평면

8.2 (a) $X(z) = \dfrac{1}{1-(0.5)z^{-1}}$, 수렴영역 : $|z| > 0.5$

(b) $X(z) = \dfrac{1}{1-(0.25)z^{-1}}$, 수렴영역 : $|z| > 0.25$

(c) $X(z) = \dfrac{0.25z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$, 수렴영역 : $|z| > 0.5$

(d) $X(z) = \dfrac{0.5z^{-1}}{(1-(0.5)z^{-1})^2}$, 수렴영역 : $|z| > 0.5$

8.3 (a) $X(z) = \dfrac{2z-1}{(z+0.5)(z-1.5)} = \dfrac{1}{z+0.5} + \dfrac{1}{z-1.5}$

(i) $|z| > 1.5$: 두 신호 모두 인과 신호인 경우

$$x[n] = \{(-0.5)^{(n-1)} + (1.5)^{(n-1)}\}u[n-1] = \left\{-2(-0.5)^n + \frac{2}{3}(1.5)^n\right\}u[n-1]$$

(ii) $0.5 < |z| < 1.5$: 양방향 신호로서 앞의 신호는 인과 신호,
뒤의 신호는 비인과 신호인 경우

$$x[n] = (-0.5)^{(n-1)}u[n-1] - \frac{2}{3}(1.5)^n u[-n]$$

(iii) $|z| < 0.5$: 두 신호 모두 비인과 신호인 경우

$$x[n] = \left\{2(-0.5)^n - \frac{2}{3}(1.5)^n\right\}u[-n]$$

(b) $X(z) = \dfrac{z^2 - z - 0.75}{2z - 1} = 0.5z - 0.25 - \dfrac{1}{(2z-1)}$

(i) $|z| > 0.5$: 분수항이 인과 신호인 경우

$$x[n] = 0.5\delta[n+1] + 0.25\delta[n] - 0.5(0.5)^{n-1}u[n-1] = 0.5\delta[n+1] + 0.25\delta[n] - (0.5)^n u[n-1]$$

(ii) $0 < |z| < 0.5$: 분수항이 비인과 신호인 경우

$$x[n] = 0.5\delta[n+1] + 0.25\delta[n] + (0.5)^n u[-n]$$

(c) $X(z) = \dfrac{z(z+5)}{(z-3)(z+1)} = \dfrac{2z}{z-3} - \dfrac{z}{z+1}$

(i) $|z| > 3$: 두 신호 모두 인과 신호인 경우

$$x[n] = \{2 \cdot 3^n - (-1)^n\}u[n]$$

(ii) $1 < |z| < 3$: 양방향 신호로서 첫 번째 항은 비인과 신호, 두 번째 항은 인과 신호의 경우

$$x[n] = -2(3)^n u[-n-1] - (-1)^n u[n]$$

(iii) $|z| < 1$: 두 신호 모두 비인과 신호인 경우

$$x[n] = \{-2(3)^n - (-1)^n\}u[-n-1]$$

8.4 (a) $X(z) = \dfrac{0.5z}{(z-1)(z-0.5)} = \dfrac{z}{z-1} - \dfrac{z}{z-0.5}$

$$x[n] = u[n] - (0.5)^n u[n] = (1 - (0.5)^n)u[n]$$

(b) $X(z) = \dfrac{0.5z(z+1)}{(z-1)(z-0.5)} = \dfrac{2z}{z-1} - \dfrac{1.5z}{z-0.5}$

$$x[n] = 2u[n] - 1.5(0.5)^n u[n] = (2 - 1.5(0.5)^n)u[n]$$

(c) $X(z) = \dfrac{z(z-4)}{(z-2)(z-3)} = \dfrac{2z}{z-2} - \dfrac{z}{z-3}$

$$x[n] = 2 \cdot 2^n u[n] - 3^n u[n] = 2^{n+1}u[n] - 3^n u[n]$$

(d) $X(z) = \dfrac{z(2z+3)}{(z-1)(z-2)(z-3)} = \dfrac{2.5z}{z-1} - \dfrac{7z}{z-2} + \dfrac{4.5z}{z-3}$

$x[n] = 2.5u[n] - 7 \cdot (2)^n u[n] + 4.5 \cdot (3)^n u[n]$

(e) $X(z) = \dfrac{z^3}{(z-1)(z^2-1)} = \dfrac{1}{4}\dfrac{z}{z+1} + \dfrac{1}{2}\dfrac{z}{(z-1)^2} + \dfrac{3}{4}\dfrac{z}{z-1}$

$x[n] = \dfrac{1}{4}(-1)^n u[n] + \dfrac{1}{2}n(1)^n u[n] + \dfrac{3}{4}(1)^n u[n] = \dfrac{1}{4}((-1)^n + (2n+3))u[n]$

(f) $X(z) = \dfrac{z^2(-2z^2+8z-7)}{(z-1)(z-2)^3} = \dfrac{z}{z-1} + \dfrac{2z}{(z-2)^3} - \dfrac{z}{(z-2)^2} - \dfrac{3z}{z-2}$

$x[n] = u[n] + \dfrac{1}{4}n^2 \cdot 2^n u[n] - \dfrac{3}{4}n \cdot 2^n u[n] - 3 \cdot 2^n u[n]$

8.5 (a) $Y(z) = z^{-1}X(z) = \dfrac{1}{(z+0.5)^2}, \quad |z| > 0.5$

(b) $Y(z) = X(\frac{z}{2}) = \dfrac{z/2}{(z/2+0.5)^2} = \dfrac{2z}{(z+1)^2}, \quad |z| > 1$

(c) $Y(z) = -\dfrac{z}{(z-0.5)^2}, \quad |z| > 0.5$

(d) $Y(z) = zX(z) + z^{-1}X(z) = \dfrac{z^2}{(z+0.5)^2} + \dfrac{1}{(z+0.5)^2} = \dfrac{z^2+1}{(z+0.5)^2}, \quad |z| > 0.5$

8.6 (a) $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} n a^n z^{-n} = 1\left(\dfrac{a}{z}\right) + 2\left(\dfrac{a}{z}\right)^2 + 3\left(\dfrac{a}{z}\right)^3 + 4\left(\dfrac{a}{z}\right)^4 + \cdots$

$X(z) = \dfrac{a/z}{\left(1-\dfrac{a}{z}\right)^2} = \dfrac{az}{(z-a)^2}$

(b) $x_1[n] = a^n u[n]$이라 두면 $x[n] = na^n u[n] = nx_1[n]$이므로, 주파수 미분 성질을 이용하여

$X(z) = -z\dfrac{dX_1(z)}{dz} = \dfrac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2} = \dfrac{az}{(z-a)^2}$

(c) $x'[n] = a^n u[n] * a^n u[n] = (n+1)a^n u[n]$이라 두면 $ax'[n-1] = x[n]$이므로, 시간 이동 성질에 의해

$X(z) = az^{-1}X'(z) = \dfrac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2} = \dfrac{az}{(z-a)^2}$

8.7 (a) $X_1(z) = z^{-3}\dfrac{z^3}{z^3-3z^2+5z-9} = \dfrac{1}{z^3-3z^2+5z-9}$

(b) $X_2(z) = \dfrac{z^6}{z^3-3z^2+5z-9} - (z^3x[0]+z^2x[1]+zx[2])$

(c) $n=0, 3$ 일 때의 $x[n]$ 값: $x[0]=1,\ x[3]=6$

$n=3$일 때의 $x_1[n]=x[n-3]u[n-3]$ 값: $x_1[3]=1$

$n=0$일 때의 $x[n+3]u[n]$ 값: $x_2[0]=6$

(d) $x_1[n]$은 인과 신호 $x[n]$을 $n=3$만큼 지연시킨 신호이므로 시간 이동에 의해 가감되는 샘플 성분이 없다. 따라서 이의 z 변환 $X_1(z)$을 역변환하더라도 $x_1[3]=x[0]$을 만족한다. 또한 $x_2[n]$은 $x[n]$을 $n=3$만큼 시간 선행하여 $n<0$에 해당되는 샘플 성분들을 버린 인과 신호이기 때문에 이의 z 변환 $X_2(z)$을 역변환하게 되면 $x_2[0]=x[3]$을 만족한다.

8.8 (a) $X(z) = \dfrac{z}{z^m(z-1)}$

(b) $X(z) = z^{-1}\dfrac{0.25z}{z-0.5} = \dfrac{0.25}{z-0.5}$

(c) $X(z) = -2z+4z^2\ln\left(\dfrac{2z+1}{z}\right)$

(d) $X(z) = \dfrac{0.25z^{-1}(1-z^{-1})}{1-0.5z^{-1}+0.25z^{-2}}$

8.9 (a) $y[n]=x[-n]=(0.5)^{-n}u[-n]$

(b) $y[n]=(-1)^n x[n]$

(c) $y[n]=u[n]*x[n]=u[n]*(0.5)^n u[n] = \sum_{k=0}^{n}(0.5)^n$

(d) $y[n]=x[n]*x[n]=\sum_{k=0}^{n}(0.5)^k(0.5)^{n-k}=(n+1)(0.5)^n$

8.10 (a) $y[n] = \delta[n] + 3\delta[n-1] + 6\delta[n-2] + 6\delta[n-3] + 3\delta[n-4] + \delta[n-5] + \delta[n-7]$
$= [\check{1},\ 3,\ 6,\ 6,\ 3,\ 1,\ 0,\ 1]$

(b) $y[n] = \delta[n] + 1.5\delta[n-1] + 4.75\delta[n-2] + 2.25\delta[n-3] + \delta[n-4] = [\check{1},\ 1.5,\ 4.75,\ 2.25,\ 1]$

(c) $y[n] = \delta[n] - \delta[n-1] - \delta[n-6] + \delta[n-7] = [\check{1},\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ -1,\ 1]$

8.11 (a) $y_1[n] = \left(12\left(\frac{1}{4}\right)^n + 36\left(\frac{1}{2}\right)^n - 48\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)u[n]$

(b) $y_2[n] = y_1[n-2] = \left(12\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} + 36\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} - 48\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right)u[n-2]$

(c) $y_3[n] = 16y_1[n] = 16\left(12\left(\frac{1}{4}\right)^n + 36\left(\frac{1}{2}\right)^n - 48\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)u[n]$

(d) $y_4[n] = \frac{1}{16}y_2[n] = \frac{1}{16}\left(12\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} + 36\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} - 48\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right)u[n-2]$

8.12 (a) 전달 함수:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.25z^{-1}} = \frac{z-0.5}{z-0.25}$$

임펄스 응답:

$h[n] = (0.25)^n u[n] - 0.5(0.25)^{(n-1)}u[n-1] = \delta[n] - (0.25)^n u[n-1]$

차분 방정식:

$y[n] - 0.25y[n-1] = x[n] - 0.5x[n-1]$

(b) 전달 함수:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})} = \frac{4z\left(z+\frac{1}{3}\right)}{(z+1)(z-\frac{1}{3})}$$

임펄스 응답:

$$h[n] = 2(-1)^n u[n] + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

차분 방정식:

$$y[n]+\frac{2}{3}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=4x[n]+\frac{4}{3}x[n-1]$$

(c) 전달 함수:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{(0.5+2.25z^{-1})(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1+0.75z^{-1})}=\frac{(0.5z+2.25)(z-1)}{(z-0.5)(z+0.75)}$$

임펄스 응답:

$$h[n]=6\delta[n]-2(0.5)^n u[n]-3.5(-0.75)^n u[n]=6\delta[n]-(2(0.5)^n+3.5(-0.75)^n)u[n]$$

차분 방정식:

$$y[n]-0.25y[n-1]-0.375y[n-2]=0.5x[n]+1.75x[n-1]-2.25x[n-2]$$

8.13 (a) $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{1}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}=\dfrac{z^2}{z^2-z+0.5}$

$$h[n]=(\sqrt{0.5})^n\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)u[n]+(\sqrt{0.5})^n\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)u[n]=\sqrt{2}(\sqrt{0.5})^n\cos\left(\frac{\pi}{4}n-\frac{\pi}{4}\right)u[n]$$

시스템의 극 : $z=\dfrac{1\pm j1}{2}$ & 영점 : $z=0$(중근)

시스템의 극이 모두 단위원 안에 있으므로 시스템은 안정하다.

(b) $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{-1+2z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}-\frac{3}{8}z^{-2}}=\dfrac{-z^2+2z}{z^2-\frac{1}{4}z-\frac{3}{8}}$

$$h[n]=-2\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$$

시스템의 극 $z=-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{4}$ & 영점 $z=2$

시스템의 극이 모두 단위원 안에 있으므로 시스템은 안정하다.

(c) $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{0.5+0.4z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-0.7z^{-1}-0.3z^{-2}}=\dfrac{0.5z^2+0.4z+0.2}{z^2-0.7z-0.3}$

$$h[n]=-\frac{2}{3}\delta[n]+\frac{11}{13}u[n]+\frac{25}{78}(-0.3)^n u[n]$$

시스템의 극 $z=1,\ -0.3$ & 영점 $z=-0.4\pm j\sqrt{0.24}=-0.4\pm j0.49$

시스템이 $z=1$의 극을 가지므로 시스템은 안정하지 못하다. ($\sum_{n=0}^{\infty}|h[n]|=\infty$)

(d) $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{1+z^{-1}}{1+2z^{-1}+2z^{-2}} = \dfrac{z^2+z}{z^2+2z+2}$

$h[n] = (\sqrt{2})^n \left(\cos\dfrac{3\pi}{4}n\right)u[n]$

시스템의 극 $z=-1 \pm j1$ & 영점 $z=0,\ -1$

시스템이 단위원 밖에 $z=-1\pm j1$의 극을 가지므로 시스템은 안정하지 못하다.

8.14 (a) $Y(z) = \dfrac{0.25z}{z-0.25} + \dfrac{z^2}{(z-0.25)(z-1)}$

▸ 영입력응답 + 영상태응답

$$Y(z) = \left[\frac{0.25z}{z-0.25}\right] + \left[-\frac{1}{3}\frac{z}{z-0.25} + \frac{4}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{[0.25(0.25)^n u[n]]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-\frac{1}{3}(0.25)^n u[n] + \frac{4}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

▸ 고유응답+ 강제응답

$$Y(z) = \left[-\frac{1}{12}\frac{z}{z-0.25}\right] + \left[\frac{4}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{1}{12}(0.25)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{4}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(b) $Y(z) = \dfrac{-\frac{1}{8}z(7z-1)}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})} + \dfrac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}\dfrac{z}{z-1}$

▸ 영입력응답 + 영상태응답

$$Y(z) = \left[-\frac{5}{4}\frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{3}{8}\frac{z}{z-\frac{1}{4}}\right] + \left[-2\frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\frac{z}{z-\frac{1}{4}} + \frac{8}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{3}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + \frac{8}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

▶ 고유응답+ 강제응답

$$Y(z) = \left[-\frac{13}{4}\frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{17}{24}\frac{z}{z-\frac{1}{4}}\right] + \left[\frac{8}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{17}{24}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{8}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(c) $$Y(z) = \frac{1.7z^2 - 0.2z}{(z-0.5)(z-0.4)} + \frac{z^2}{(z-0.5)(z-0.4)}\frac{z}{z-1}$$

▶ 영입력응답 + 영상태응답

$$Y(z) = \left[6.5\frac{z}{z-0.5} - 4.8\frac{z}{z-0.4}\right] + \left[-5\frac{z}{z-0.5} + \frac{8}{3}\frac{z}{z-0.4} + \frac{10}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[6.5(0.5)^n u[n] - 4.8(0.4)^n u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-5(0.5)^n u[n] + \frac{8}{3}(0.4)^n u[n] + \frac{10}{3}u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

▶ 고유응답+ 강제응답

$$Y(z) = \left[1.5\frac{z}{z-0.5} - \frac{32}{15}\frac{z}{z-0.4}\right] + \left[\frac{10}{3}\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[1.5(0.5)^n u[n] - \frac{32}{15}(0.4)^n u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[\frac{10}{3}u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

(d) $$Y(z) = \frac{-z^2}{(2z-1)(z-1)} + \frac{4z^3 - 3z^2}{(2z-1)(z-1)^2}$$

▶ 영입력응답 + 영상태응답

$$Y(z) = \left[0.5\frac{z}{z-0.5} - \frac{z}{z-1}\right] + \left[-\frac{z}{z-0.5} + \frac{z}{(z-1)^2} + 3\frac{z}{z-1}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[0.5(0.5)^n u[n] - u[n]\right]}_{\text{영입력응답}} + \underbrace{\left[-(0.5)^n u[n] + (n+3)u[n]\right]}_{\text{영상태응답}}$$

▶ 고유응답+ 강제응답

$$Y(z) = \left[-0.5\frac{z}{z-0.5} + 2\frac{z}{z-1}\right] + \left[\frac{z}{(z-1)^2}\right]$$

$$y[n] = \underbrace{\left[-0.5(0.5)^n u[n] + 2u[n]\right]}_{\text{고유응답}} + \underbrace{\left[n u[n]\right]}_{\text{강제응답}}$$

8.15 (a) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} \frac{z}{z^2 - 0.3z - 0.1} = 0$

최종값 : $x[\infty] = \lim_{z\to 1} (z-1) \frac{z}{z^2 - 0.3z - 0.1} = 0$

(b) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} \frac{z(z-0.5)}{x^2 - z + 1} = 1$

최종값 : 없음 (∵ 신호의 극($z^2 - z + 1 = 0$의 근)은 $\frac{1 \pm j\sqrt{3}}{2}$ 로서

단위원 상에 존재 → 순수 진동)

(c) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} \frac{z^2}{z^2 + 1.5z - 1} = 1$

최종값 : 없음 (∵ 신호의 극($z^2 + 1.5z - 1 = 0$의 근)은 $z = -2,\ 0.5$로서 단위원 밖에 존재 → 불안정)

(d) 초깃값 : $x[0] = \lim_{z\to\infty} \frac{z(z-0.25)}{z^2 - 0.5z + 0.25} = 1$

최종값 : $x[\infty] = \lim_{z\to 1} (z-1) \frac{z(z-0.25)}{x^2 - 0.5z + 0.25} = 0$

8.16 (a) $y[n] - ay[n-1] = ax[n-1]$

(b) $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{az^{-1}}{1 - az^{-1}} = \frac{a}{z-a}$

(c) 시스템의 극은 $p_1 = a$이므로 $|a| < 1$ 이면 된다.

(d) $h[n] = Z^{-1}\{H(z)\} = a^n u[n-1]$

시스템이 BIBO 안정하기 위해서는 임펄스 응답이 절대 총합 가능해야 한다.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$

이는 임펄스 응답이 발산하지 않고 수렴해야 함을 의미하며,

따라서 $|a|<1$을 만족해야 한다.

(e) $y[n] = u[n] - (0.5)^n u[n]$

8.17 (a) 특성근 $z=0.5,\ -0.2$가 모두 z 평면의 단위원 내에 존재한다. 그러므로 시스템은 안정하다.

(b) $y[n]=\underbrace{\left(\frac{5}{7}(0.5)^n+\frac{2}{7}(-0.2)^n\right)}_{[\text{영상태응답}]}+\underbrace{\left((0.5)^n-0.2(-0.2)^n\right)}_{[\text{영입력응답}]}$

(c) 임펄스 응답에 초기조건의 영향이 더해진 응답이 (b)의 결과이다.

8.18 (a) $H_1(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}=\dfrac{z}{z-a}$ & $H_2(z)=1+bz^{-1}=\dfrac{z+b}{z}$

▸ 종속 연결의 경우

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)=\frac{z}{z-a}\frac{z+b}{z}=\frac{z+b}{z-a}$$

▸ 병렬 연결의 경우

$$H(z)=H_1(z)+H_2(z)=\frac{z}{z-a}+\frac{z+b}{z}=\frac{2z^2+(b-a)z-ab}{z(z-a)}$$

(b) $H_1(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}=\dfrac{z}{z-a}$ & $H_2(z)=z^{-1}\dfrac{1}{1-bz^{-1}}=\dfrac{1}{z-b}$

▸ 종속 연결의 경우

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)=\frac{z}{z-a}\frac{1}{z-b}=\frac{z}{(z-a)(z-b)}$$

▸ 병렬 연결의 경우

$$H(z)=H_1(z)+H_2(z)=\frac{z}{z-a}+\frac{1}{z-b}=\frac{z^2(1-b)z-a}{(z-a)(z-b)}$$

8.19 (a) $X(z)=\dfrac{1}{1-e^{-0.2}z^{-1}}=\dfrac{z}{z-e^{-0.2}}$

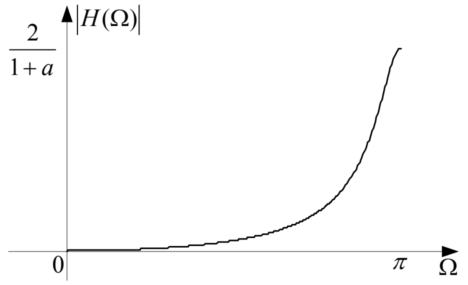
(b) $X(z)=\dfrac{1}{1-e^{-0.2}z^{-1}}=\dfrac{z}{z-e^{-0.2}}$

(c) (a)의 경우와 (b)의 경우 모두 샘플링 된 신호는 $e^{-0.2n}$으로 동일하기 때문에 z 변환을 하였을 때 두 경우 모두 같은 변환 값을 갖게 된다.

(d) $aT=0.2$가 되면 이 신호의 z 변환이 (a), (b)의 변환과 같아진다.

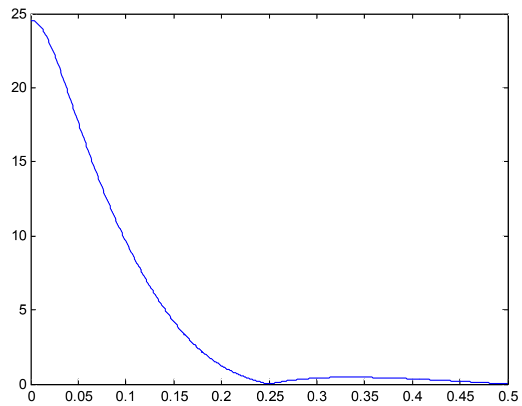
8.20 (a) $H(z)=\dfrac{z-1}{z-a}$, 단 $-1<a<0$

이 시스템은 일종의 고역통과(HP) 필터로 볼 수 있다.



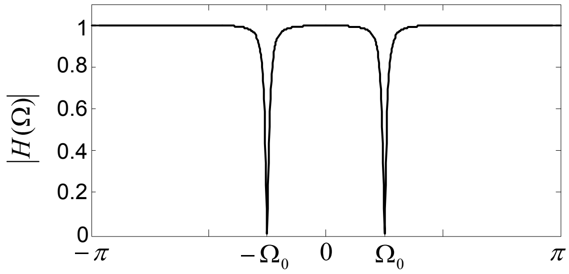
(b) $H(z)=\dfrac{(z+1)(z+j)(z-j)}{(z-re^{j\Omega_0})(z-re^{-j\Omega_0})(z-a)}$, 단 $0<r,\ a<1$

이 시스템은 일종의 저역 통과 필터에 가깝다. 아래의 그림은 $a=0.7$, $r=0.5$, $\Omega_0=\dfrac{\pi}{4}$의 경우에 진폭 응답 특성을 그린 것으로서, 이 파라미터 값을 조정하더라도 대체로 저역 통과 특성을 보이는 것은 변함없다.



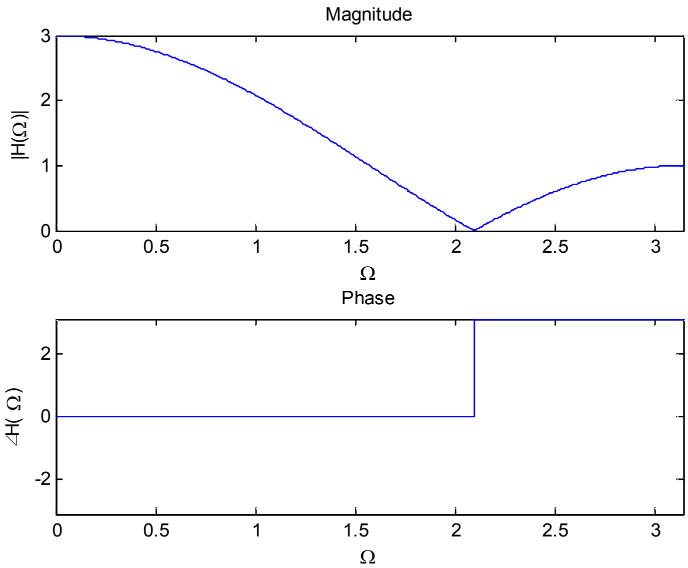
(c) $H(z)=\dfrac{(z-e^{j\Omega_0})(z-e^{-j\Omega_0})}{(z-re^{j\Omega_0})(z-re^{-j\Omega_0})}$, 단 $0<r<1$

이 시스템은 일종의 notch 필터로 볼 수 있다.



Chapter 09 연습문제 답안

9.1 (a) $H(\Omega)=h[-1]e^{j\Omega}+h[0]e^{-j0}+h[1]e^{-j\Omega}=1+2\cos\Omega$

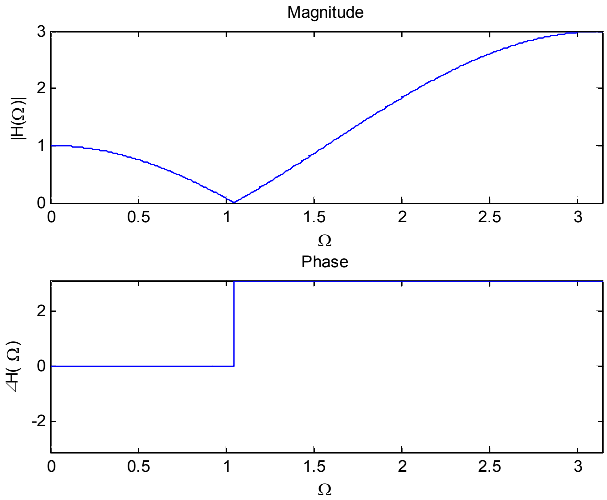


(b) $y[n]=\left(e^{j\frac{\pi}{3}n}+e^{-j\frac{\pi}{3}n}\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

(c) $y[n]=-\frac{1}{2}(e^{j\pi n}+e^{-j\pi n})=-\cos(\pi n)$

(d) 저주파 이득이 크고 주파수가 높아질수록 이득이 감소하여 고주파 이득이 작으므로 저역통과 필터이다.

9.2 (a) $H(\Omega)=h[-1]e^{j\Omega}+h[0]e^{-j0}+h[1]e^{-j\Omega}=-1+2\cos\Omega$

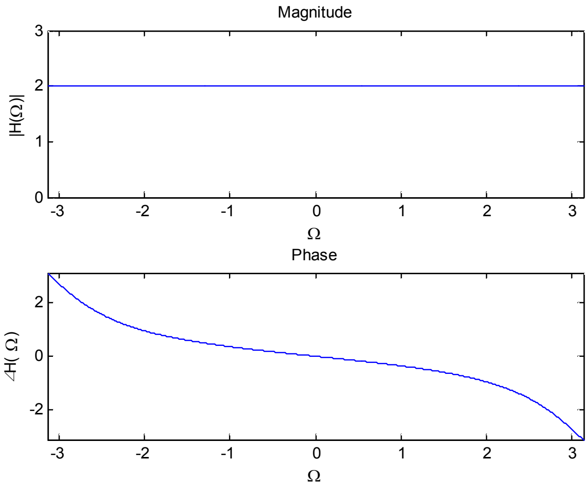


(b) $y[n]=0$

(c) $y[n]=-\dfrac{3}{2}(e^{j\pi n}+e^{-j\pi n})=-3\cos(\pi n)$

(d) 고주파 이득이 크고 주파수가 낮아질수록 이득이 감소하여 저주파 이득이 작으므로 고역통과 필터이다.

9.3 (a) $H(\Omega)=H(z)|_{z=e^{j\Omega}}=\dfrac{z+2}{z+0.5}\Bigg|_{z=e^{j\Omega}}=\dfrac{e^{j\Omega}+2}{e^{j\Omega}+0.5}$



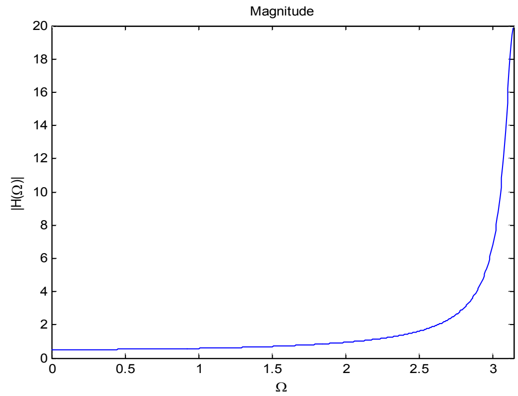
(b) $y[n]=\left(e^{j(\frac{\pi}{2}n-\tan^{-1}0.75)}+e^{-j(\frac{\pi}{2}n-\tan^{-1}0.75)}\right)=2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}n-\tan^{-1}0.75\right)$

(c) $y[n]=-(e^{j\pi n}+e^{-j\pi n})=-2\cos(\pi n)=2\cos(\pi n-\pi)$

(d) 전 주파수 범위에서 이득이 동일하므로 전역 통과 필터이다.

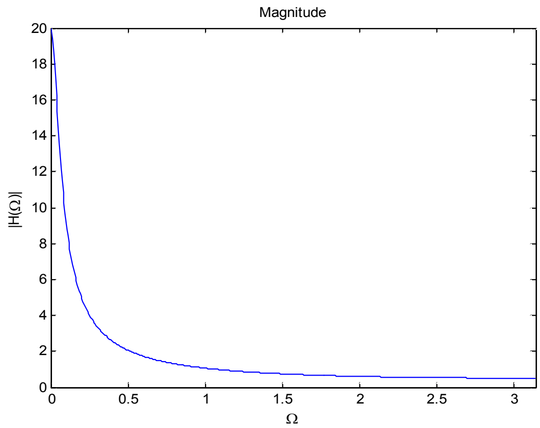
9.4 (a) $H(\Omega)=H(z)|_{z=e^{j\Omega}}=\dfrac{1}{1+0.95e^{-j\Omega}}$

저주파에서 이득이 매우 작고 고주파에서 큰 이득을 가지므로 고역통과 필터이다.



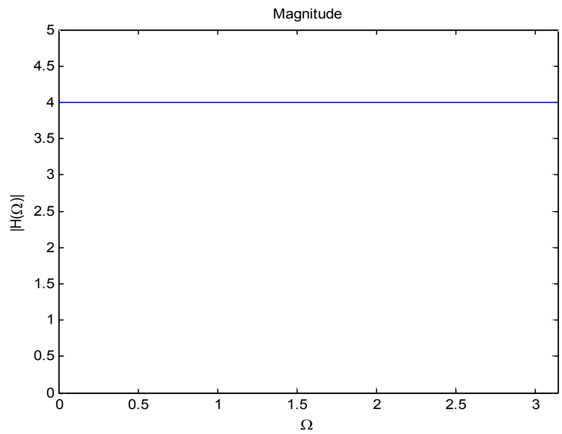
(b) $H(\Omega)=H(z)|_{z=e^{j\Omega}}=\dfrac{e^{-j\Omega}}{1-0.95e^{-j\Omega}}$

저주파에서 이득이 매우 크고 고주파에서 거의 0에 가까우므로 저역통과 필터이다.



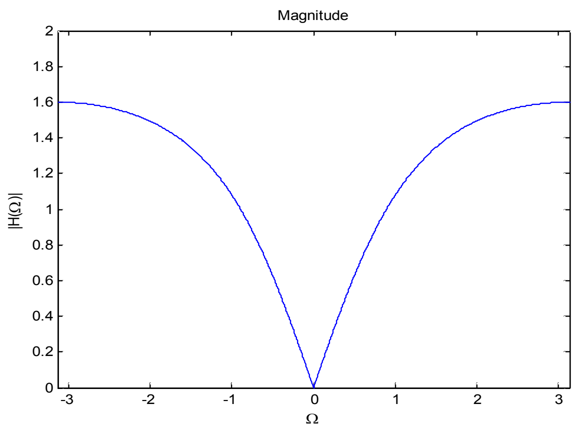
(c) $H(\Omega) = H(z)|_{z=e^{j\Omega}} = \dfrac{1-4e^{-j\Omega}}{1-0.25e^{-j\Omega}}$

진폭 응답을 보면 전 주파수에서 이득이 일정하므로 전역통과 필터이다.

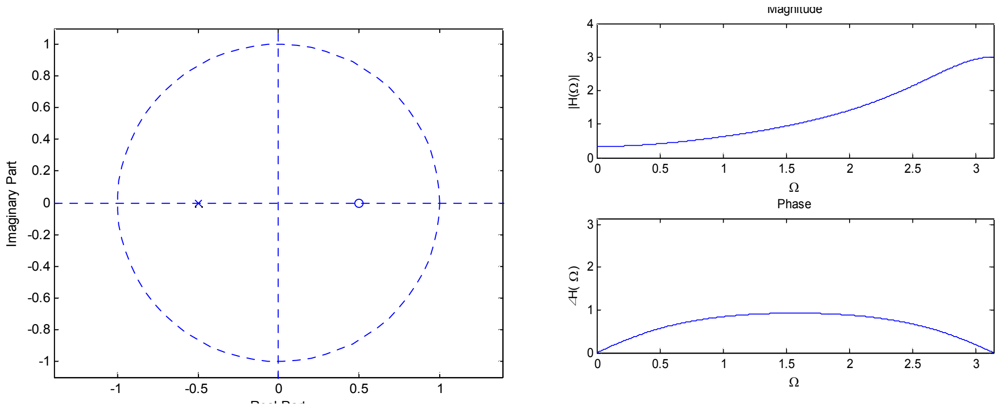


(d) $H(\Omega) = H(z)|_{z=e^{j\Omega}} = \dfrac{1-e^{-j\Omega}}{1-0.25e^{-j\Omega}}$

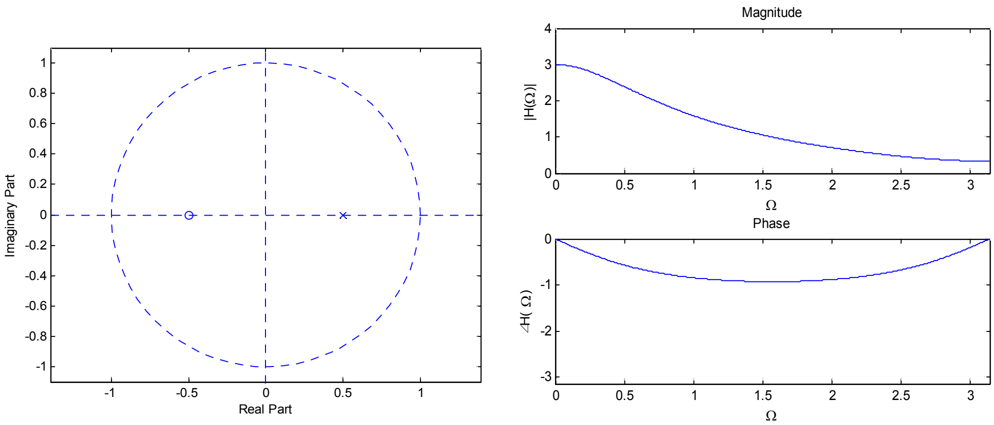
진폭 응답을 보면 $\Omega = 0$에서 출력이 0인 notch 필터의 거친 근사에 가깝다. 즉 일종의 협대역 대역 저지 필터라고 할 수 있다.



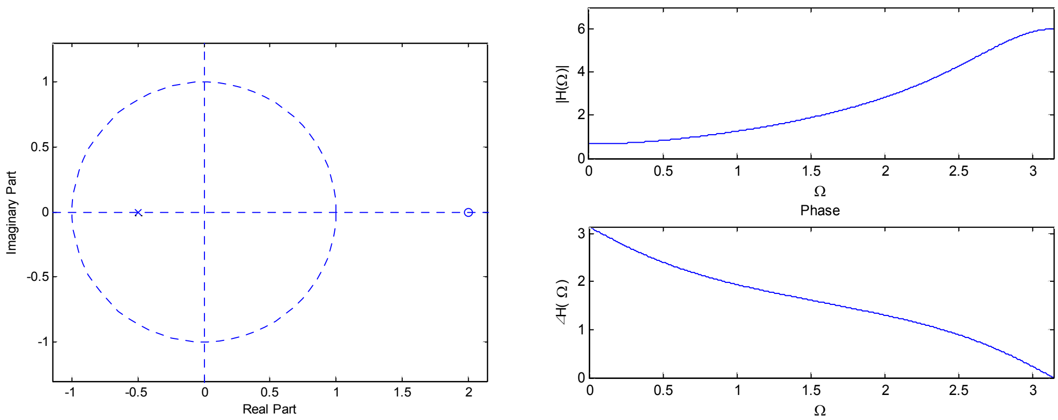
9.5 (a) 주파수 응답을 보면 일종의 고역통과 필터이다.



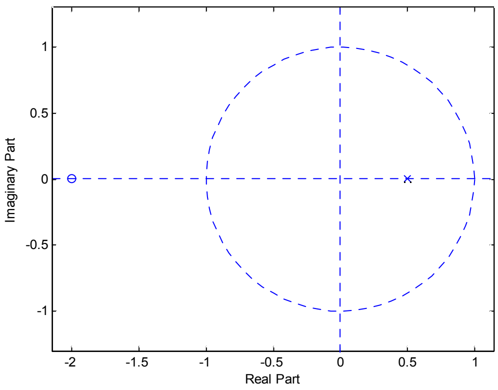
(b) 주파수 응답을 보면 일종의 저역통과 필터이다.

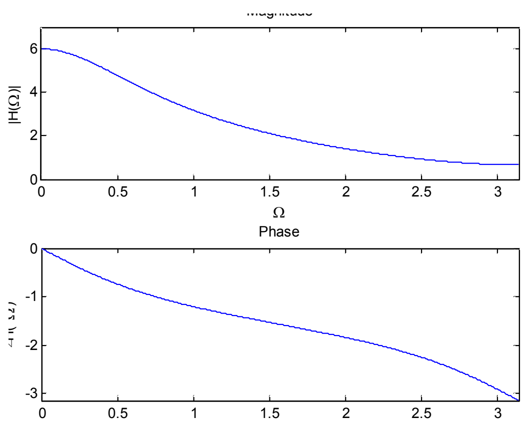


(c) 주파수 응답을 보면 일종의 고역통과 필터이다.



(d) 주파수 응답을 보면 일종의 저역통과 필터이다.





9.6 (a) $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{0.1}{1+0.9z^{-1}}=\dfrac{0.1z}{z+0.9}$

(b) $h[n]=0.1(-0.9)^n u[n]$

(c) $p=-0.9$로 z 평면의 단위원 안에 존재하여 안정하다.

(d) $|H(\Omega)|_{\Omega=0}=\dfrac{0.1}{1+0.9e^{j0}}=0.0526$

$|H(\Omega)|_{\Omega=\pi}=\dfrac{0.1}{1+0.9e^{-j\pi}}=1$

(e) DC 이득은 매우 작고 고주파 이득은 1이므로 이 필터는 고역통과 필터라고 할 수 있다.

9.7 (a) $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{0.4}{(1-0.7z^{-1}+0.1z^{-2})}=\dfrac{0.4z^2}{z^2-0.7z+0.1}$

(b) $h[n]=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n u[n]-\dfrac{4}{15}\left(\dfrac{1}{5}\right)^n u[n]$

(c) $p=0.2,\ 0.5$로 z 평면의 단위원 안에 존재하여 안정하다.

(d) $|H(\Omega)|_{\Omega=0}=\dfrac{0.4}{1-0.7e^{-j0}+0.1e^{-j2\cdot 0}}=\dfrac{0.4}{1-0.7+0.1}=1$

$|H(\Omega)|_{\Omega=\pi}=\dfrac{0.4}{1-0.7e^{-j\pi}+0.1e^{-j2\pi}}=\dfrac{0.4}{1+0.7+0.1}=\dfrac{2}{9}$

(e) DC 이득은 1이고 고주파 이득은 매우 작으므로 이 필터는 저역통과 필터라고 할 수 있다.

9.8 (a) 아니다. 선형 위상의 조건은 위상지연과 군지연이 일치하여 출력 파형의 왜곡이 없게 하는 것이다.

(b) 거의 대부분의 FIR 필터는 선형 위상이지만 엄격히 말해 모든 가능한 FIR 필터가 선형 위상인 것은 아니다. 예를 들어 임펄스 응답이 $h[n]=\delta[n]+2\delta[n-1]+3\delta[n-2]+4\delta[n-3]+5\delta[n-4]$와 같은 경우는 대칭성을 만족하지 않으므로 주파수 응답을 그려보면 위상 응답이 정확히 선형이지는 않다.

(c) 맞다. 임펄스 응답의 길이가 무한하여 순환 필터로만 구현이 가능하며 따라서 임펄스 응답의 대칭성을 만족시킬 수 없다.

(d) 맞다. 임펄스 응답이 우함수 대칭인 1, 2형 선형 위상 FIR 필터는 $z=1$의 영점의 개수가 짝수이다.

(e) 맞다. 3형과 4형의 선형 위상 FIR 필터의 경우이다.

(f) 맞다. 시스템을 종속 연결하면 위상 응답은 더하기가 되므로 그대로 선형 위상이 된다.

(g) 아니다. 시스템을 병렬 연결하면 전달 함수나 주파수 응답은 더해진다. 따라서 종속 연결의 경우와 같이 각 시스템의 위상을 더한 것이 전체 시스템의 위상이 되지 않으므로 선형 위상이 보장되지 않는다.

9.9 (a) $H(z)=\dfrac{(3z+1)}{(2z-1)}=\dfrac{3(z+\frac{1}{3})}{2(z-\frac{1}{2})}=1.5\dfrac{(z+\frac{1}{3})}{(z-\frac{1}{2})}$

(b) $H(z)=\dfrac{(z+1)}{(5z+1)}=0.2\dfrac{z+1}{z+0.2}$

9.10 (a) $h[n]=\delta[n]$

임펄스 응답이 유한하므로 FIR 필터이다.

(b) $h[n]=u[n]+u[n-1]$

임펄스 응답의 길이가 무한하므로 IIR 필터이다.

(c) $h[n]=\delta[n+1]+3\delta[n]$

임펄스 응답의 길이가 유한하므로 FIR 필터이다.

(d) $H(z)=\dfrac{(1+2z^{-1}-3z^{-2})}{(1-z^{-1}-z^{-2})}=\dfrac{(z^2+2z-3)}{(z^2-z-1)}=\dfrac{(z+3)(z-1)}{(z-\frac{1+\sqrt{5}}{2})(z-\frac{1-\sqrt{5}}{2})}$

이 시스템의 전달함수는 분모 분자가 상쇄되지 않고 극과 영점을 모두 가지므로 IIR 필터이다.

9.11 (a) $-1 < a < 1$

(b) $a = 0$ & $b = \pm 1$

(c) $-1 \le a \le 1$, $-1 \le b \le 1$,

(d) $b = -1/a$

9.12 (a) $H(z) = \dfrac{z+0.5}{z}$

전달함수의 분자의 차수와 분모의 차수보다 크지 않으므로 인과적이며, 극이 단위원 안에 있어 안정이며, 영점 또한 단위원 안에 존재하므로 최소위상 특성을 만족한다.

(b) $H(z) = \dfrac{z+0.5}{z-0.5}$

이 필터 또한 전달함수의 분자의 차수와 분모의 차수보다 크지 않으므로 인과적이며, 극이 단위원 안에 있어 안정이며, 영점 또한 단위원 안에 존재하므로 최소위상 특성을 만족한다.

(c) $H(z) = \dfrac{z}{z+0.5}\dfrac{z-0.5}{z+0.5} = \dfrac{z(z-0.5)}{(z+0.5)^2}$

이 필터 또한 전달함수의 분모와 분자의 차수가 같으므로 인과적이며, 극과 영점 모두 단위원 안에 존재하여 안정적이고 최소위상 특성을 만족한다.

(d) $H(z) = \dfrac{z}{z+0.5} + \dfrac{z-0.5}{z+0.5} = \dfrac{2z-0.5}{z+0.5} = 2 \bullet \dfrac{z-0.25}{z+0.5}$가 된다.

이 필터 또한 전달함수의 분모와 분자의 차수가 같으므로 인과적이며, 극과 영점 모두 단위원 안에 존재하여 안정적이고 최소위상 특성을 만족한다.

9.13 차단 주파수는 $\dfrac{\pi}{2}$

$$G(\Omega) = \begin{cases} 0.5, & |\Omega| < \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & |\Omega| > \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

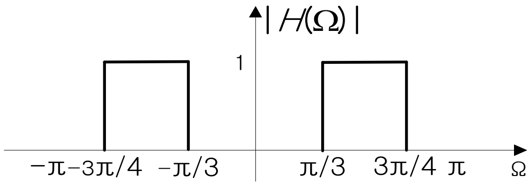
9.14 차단 주파수 $\Omega_c = \dfrac{\pi}{2}$

$$G(\Omega) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}, & |\Omega| < \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & |\Omega| > \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

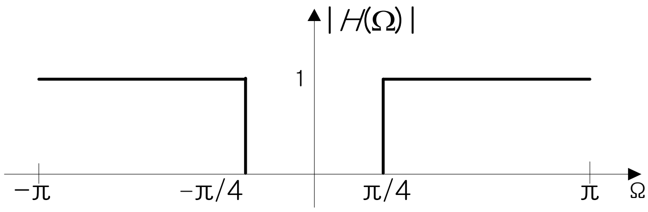
9.15 (a) $g[n]$은 $\pi - \Omega_c < \Omega \le \pi$의 통과대역을 갖는, 차단 주파수 Ω_c인 고역통과 필터의 임펄스 응답이다.

(b) $y[n] = \sum_{k=1}^{p}(-1)^k a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^{q}(-1)^k b_k x[n-k]$

9.16 종속 연결된 시스템의 통과대역은 $\frac{\pi}{3} \le |\Omega| \le \frac{3}{4}\pi$ 가 된다. 즉, 다음의 그림과 같다.



병렬 연결된 시스템의 통과대역은 $|\Omega| > \frac{\pi}{4}$가 된다. 즉, 다음의 그림과 같다.

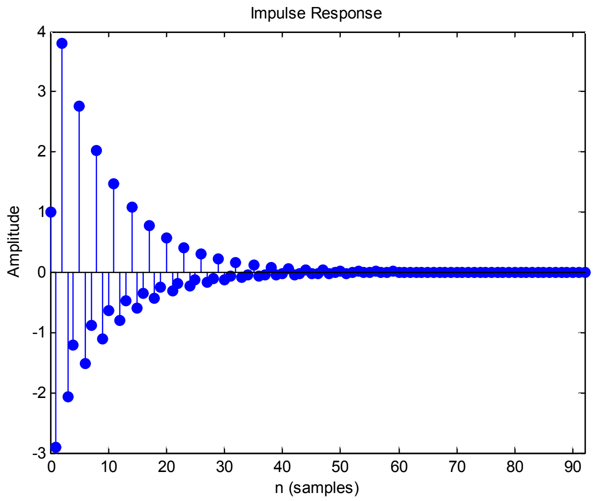


9.17 $H(z) = \frac{1}{3}(1 + z^{-2} + z^{-4})$

$b_0 = 1,\ b_1 = 0,\ b_2 = 1,\ b_3 = 0,\ b_4 = 1$

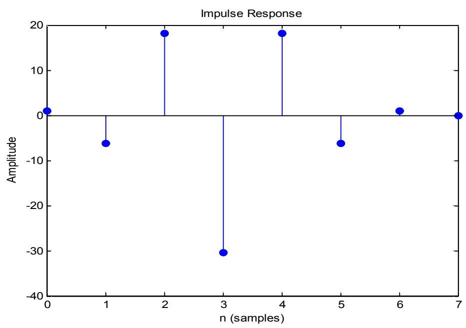
9.18 $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{z^3 - 2z^2 + 2z - 1}{z^3 + 0.9z^2 + 0.81z} = \dfrac{1 - 2z^{-1} + 2z^{-2} - z^{-3}}{1 + 0.9z^{-1} + 0.81z^{-2}}$

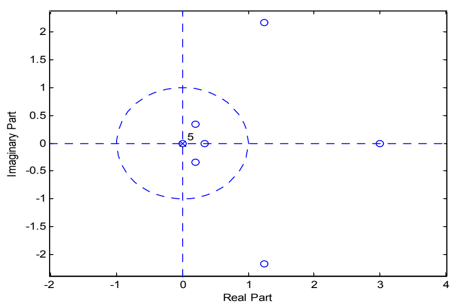
$$h[n] = -0.9h[n-1] - 0.81h[n-2] + \delta[n] - 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2] - \delta[n-3]$$



9.19 $H_I(z) = \dfrac{X(z)}{Y(z)} = H^{-1}(z) = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-n_d} + \frac{1}{4}z^{-2n_d}}$

9.20 $H(z) = \dfrac{(z^2 - 0.4z + 0.16)(0.16z^2 - 0.4z + 1)(z-3)(z - \frac{1}{3})}{0.16z^6}$

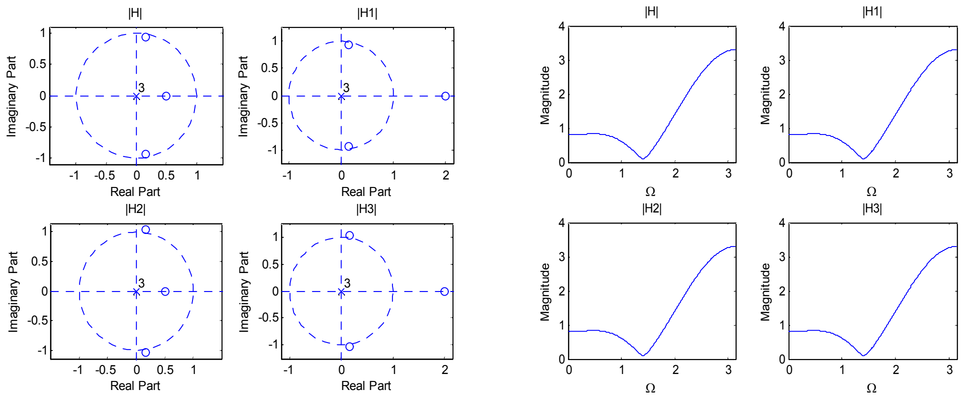




9.21 $H_1(z) = (1-0.3z^{-1}+0.9z^{-2})(0.5-z^{-1})$

$H_2(z) = (0.9-0.3z^{-1}+z^{-2})(1-0.5z^{-1})$

$H_3(z) = (0.9-0.3z^{-1}+z^{-2})(0.5-z^{-1})$



9.22 (a) $H(z)H(z^{-1})$를 구성해서 공액 역 쌍으로 분포하는 극 중에 단위원 안에 존재하는 안정한 극을 취하여 전달함수를 구성하면 된다.

$$H_1(z) = \frac{1}{4}\frac{z+3}{2z-1}$$

(b) (a)에서 구한 $H(z)H(z^{-1})$에서 극과 영점 모두 단위원 안에 있는 것을 택하여 전달함수를 구성하면 된다. 따라서 새로운 전달함수는 다음과 같다.

$$H_2(z) = \frac{1}{4}\frac{3z+1}{2z-1}$$

Chapter 10 연습문제 답안

10.1 (a) 1형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0)=h[0]e^{-j0\cdot 0}+h[1]e^{-j0\cdot 1}+h[2]e^{-j0\cdot 2}=h[0]+h[1]+h[2]=2$$
$$H(\pi)=h[0]e^{-j\pi\cdot 0}+h[1]e^{-j\pi\cdot 1}+h[2]e^{-j\pi\cdot 2}=h[0]-h[1]+h[2]=2$$
$$H(\frac{\pi}{2})=h[0]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 0}+h[1]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 1}+h[2]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 2}=h[0]-jh[1]-h[2]=0$$

따라서 이 필터는 대역저지 필터가 될 수 있다.

(b) 3형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0)=h[0]e^{-j0\cdot 0}+h[1]e^{-j0\cdot 1}+h[2]e^{-j0\cdot 2}=h[0]+h[1]+h[2]=0$$
$$H(\pi)=h[0]e^{-j\pi\cdot 0}+h[1]e^{-j\pi\cdot 1}+h[2]e^{-j\pi\cdot 2}=h[0]-h[1]+h[2]=0$$
$$H(\frac{\pi}{2})=h[0]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 0}+h[1]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 1}+h[2]e^{-j\frac{\pi}{2}\cdot 2}=h[0]-jh[1]-h[2]=2$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 대역통과 필터이다.

(c) 2형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0)=h[0]e^{-j0\cdot 0}+h[1]e^{-j0\cdot 1}+h[2]e^{-j0\cdot 2}+h[3]e^{-j0\cdot 3}=h[0]+h[1]+h[2]+h[3]=6$$
$$H(\pi)=h[0]e^{-j\pi\cdot 0}+h[1]e^{-j\pi\cdot 1}+h[2]e^{-j\pi\cdot 2}+h[3]e^{-j\pi\cdot 3}=h[0]-h[1]+h[2]-h[3]=0$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 저역통과 필터이다.

(d) 4형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0)=h[0]e^{-j0\cdot 0}+h[1]e^{-j0\cdot 1}+h[2]e^{-j0\cdot 2}+h[3]e^{-j0\cdot 3}=h[0]+h[1]+h[2]+h[3]=0$$
$$H(\pi)=h[0]e^{-j\pi\cdot 0}+h[1]e^{-j\pi\cdot 1}+h[2]e^{-j\pi\cdot 2}+h[3]e^{-j\pi\cdot 3}=h[0]-h[1]+h[2]-h[3]=-6$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 고역통과 필터이다.

10.2 (a) $A_p=-20\log\frac{1-\delta_p}{1+\delta_p}=-20\log\frac{1-0.01}{1+0.01}=0.17dB$

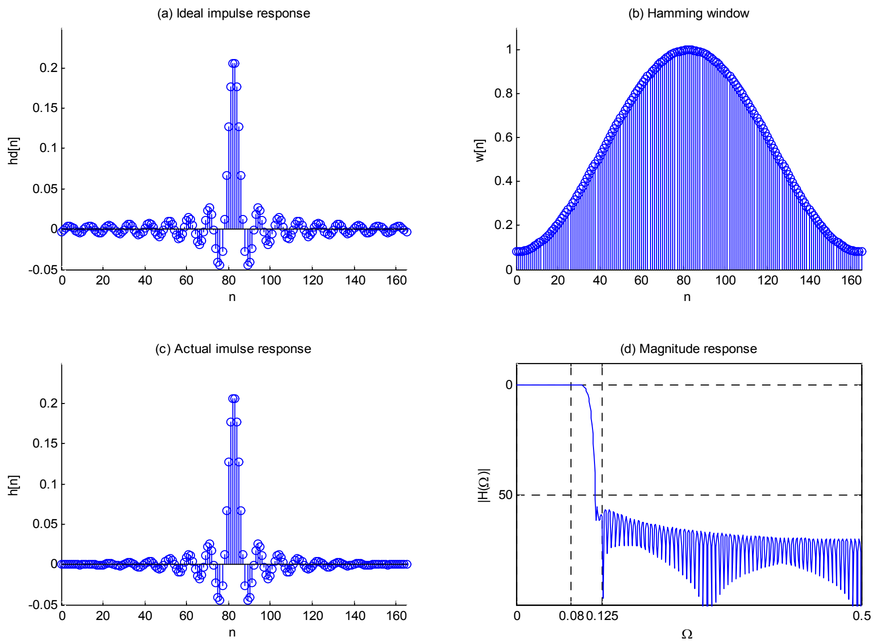
$$A_s=-20\log\frac{\delta_s}{1+\delta_p}=-20\log\frac{0.01}{1+0.01}=40dB$$

최소 저지 대역 감쇠가 40dB보다 큰 창은 해닝 창, 해밍 창, 블랙먼 창이다. 해밍 창을 선택하기로 한다.

(b) $N\cong\frac{6.6\pi}{\Omega_T}=\frac{6.6\pi}{0.04\pi}=165$

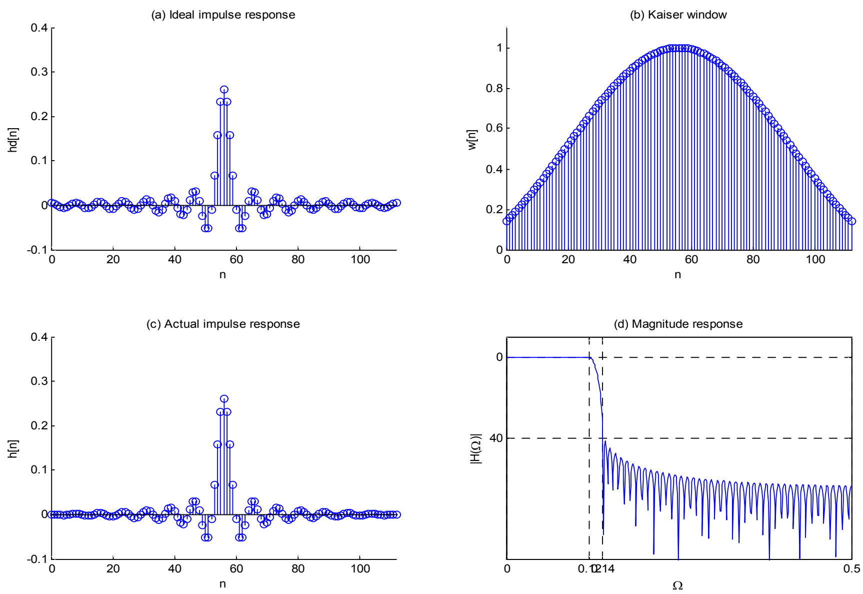
따라서 차수에 약간의 여유를 두기위하여 $N+1=166$으로 두면 된다.

(c)

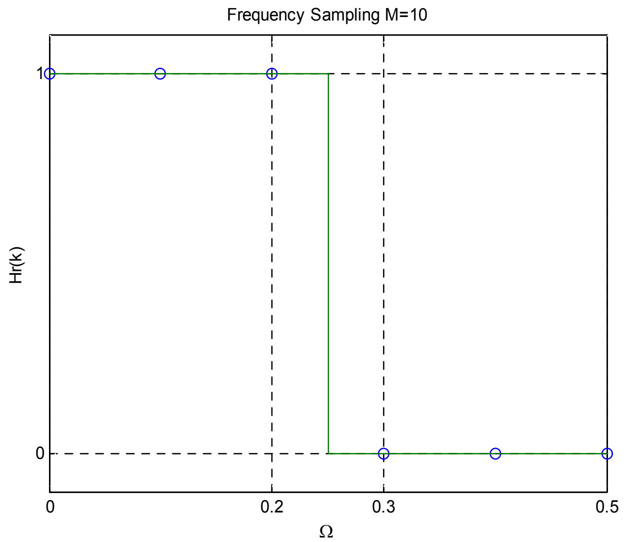


10.3 (a) $N \geq \dfrac{A_s - 7.95}{2.2855\Omega_T} + 1 = \dfrac{40 - 7.95}{2.2855 \times 0.04\pi} + 1 = 112.59$

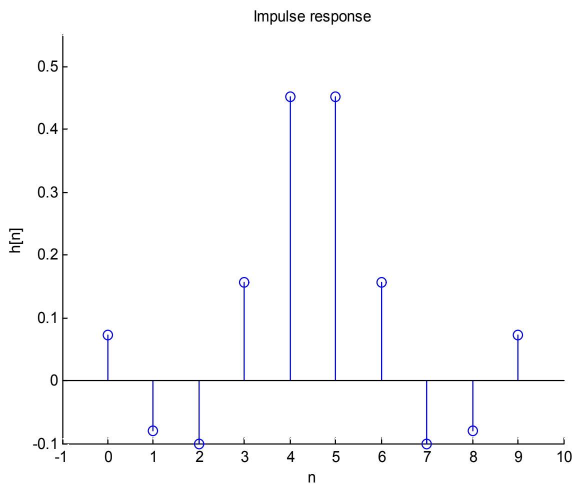
(b)



10.4 (a) $N=10$ & $\Omega=[0,\ 0.2\pi,\ 0.4\pi,\ 0.6\pi,\ 0.8\pi,\ \pi,\ 1.2\pi,\ 1.4\pi,\ 1.6\pi,\ 1.8\pi]$에서 샘플링 샘플 스펙트럼 값은 [1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]

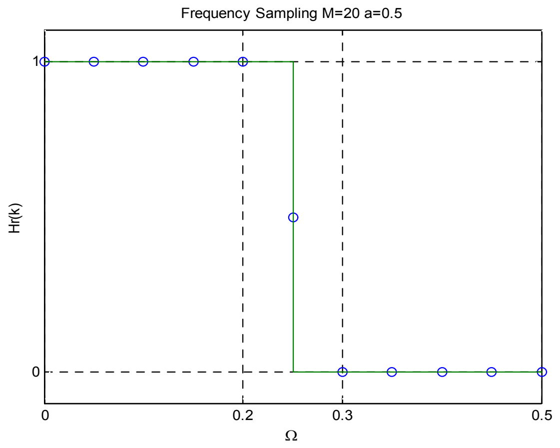


(b)

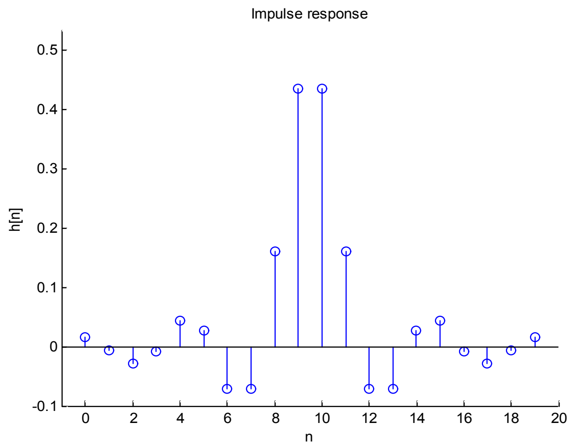


(c) $N = 20$.

0	0.1π	0.2π	0.3π	0.4π	0.5π	0.6π	0.7π	0.8π	0.9π	π	1.1π	1.2π	1.3π	1.4π	1.5π	1.6π	1.7π	1.8π	1.9π
1	1	1	1	1	a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a	1	1	1	1



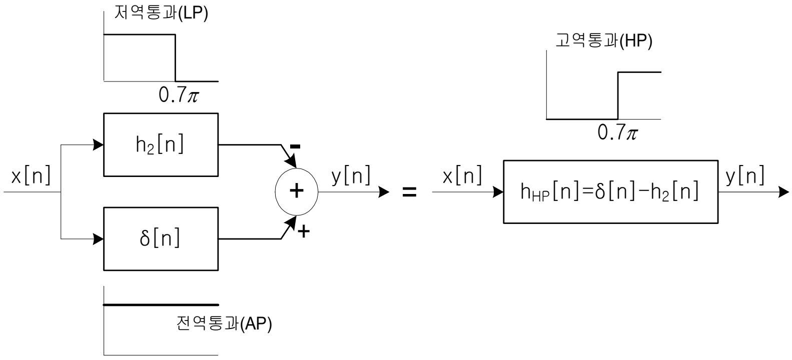
(d)



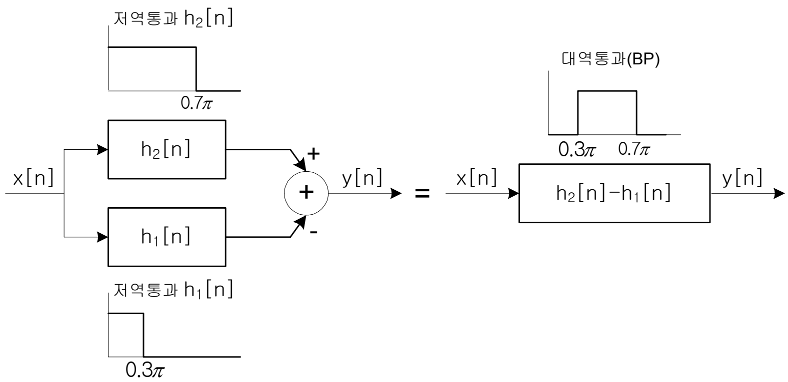
10.5 (a) 최소로 교번하는 회수는 $L+2=17$이다.

(b) 가질 수 있는 최대 교번은 $L+5=20$이 된다.

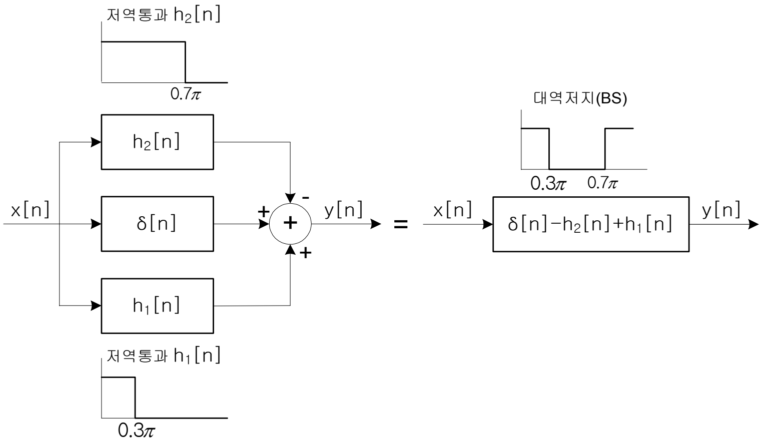
10.6 (a) $H_{HP}(\Omega) = 1 - H_2(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| > 0.7\pi \\ 0, & |\Omega| < 0.7\pi \end{cases}$



(b) $H_{BP}(\Omega) = H_2(\Omega) - H_1(\Omega) = \begin{cases} 1, & 0.3\pi < |\Omega| < 0.7\pi \\ 0, & |\Omega| < 0.3\pi \\ 0, & |\Omega| > 0.7\pi \end{cases}$

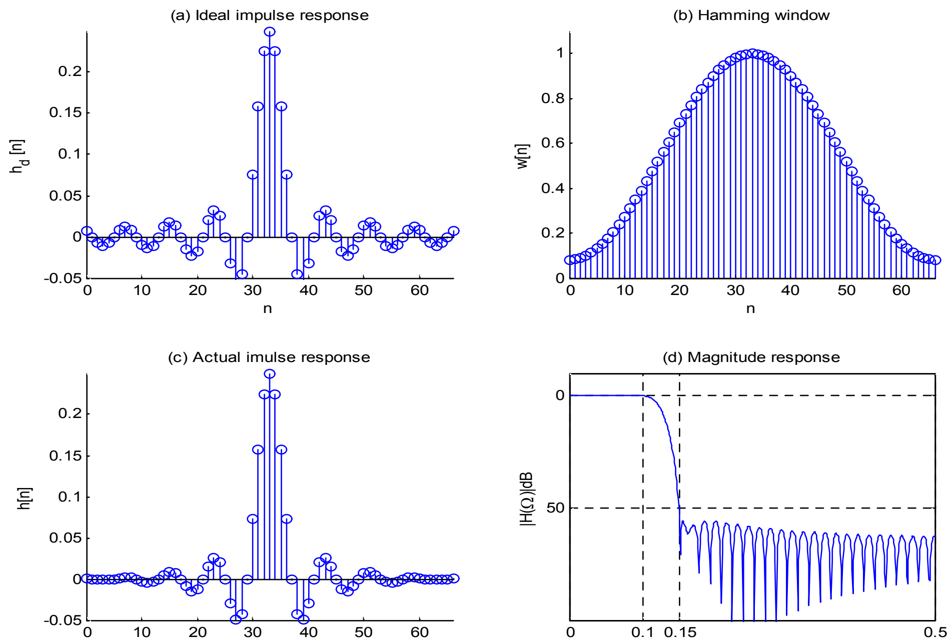


(c) $H_{BS}(\Omega) = 1 - (H_2(\Omega) - H_1(\Omega)) = 1 + H_1(\Omega) - H_2(\Omega) = \begin{cases} 0, & 0.3\pi < |\Omega| < 0.7\pi \\ 1, & |\Omega| < 0.3\pi \\ 1, & |\Omega| > 0.7\pi \end{cases}$

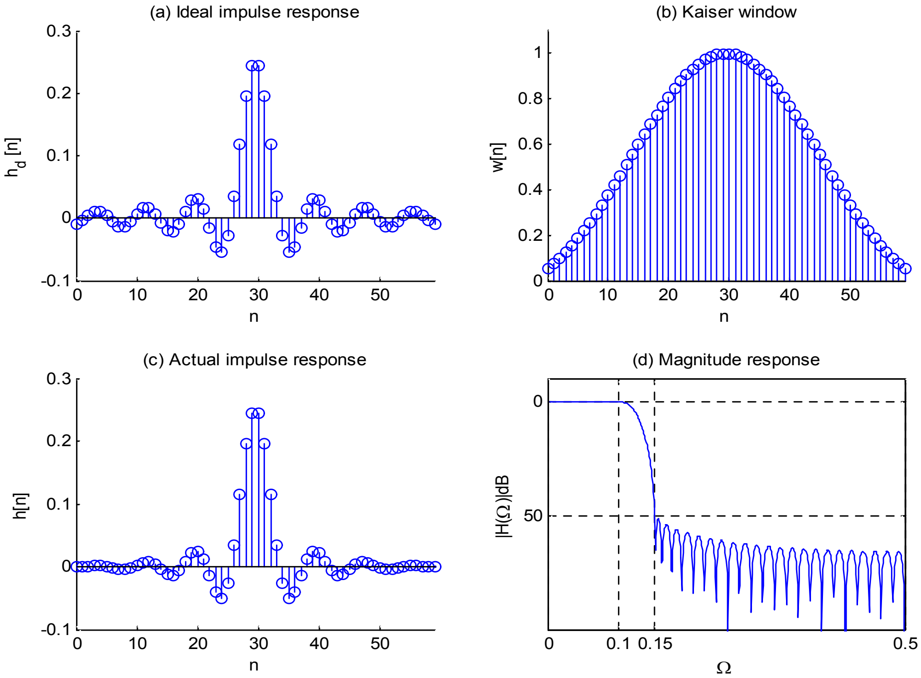


10.7 해밍 창을 선택,

$$N = 67 \quad \& \quad \Omega_c = \frac{\Omega_p + \Omega_s}{2} = \frac{0.2\pi + 0.3\pi}{2} = 0.25\pi$$



10.8 $\alpha = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(50 - 8.7) = 4.55126 \quad \& \quad N = 60$



10.9 저지대역 감쇠 $A_s = 60\text{dB}$이므로 카이저 창을 이용하여 설계하도록 한다.

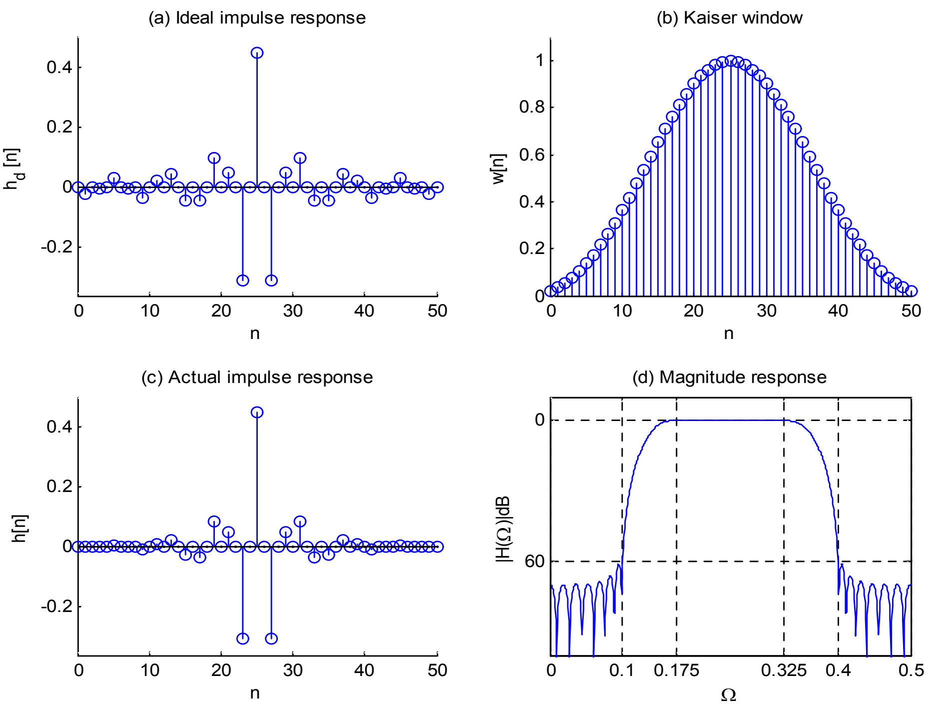
천이대역폭 $\Omega_T = \Omega_{pl} - \Omega_{sl} = \Omega_{su} - \Omega_{pu} = 0.15\pi$,

차단주파수 $\Omega_{cl} = \dfrac{\Omega_{pl} + \Omega_{sl}}{2} = \dfrac{0.2\pi + 0.35\pi}{2} = 0.275\pi$,

$\Omega_{cu} = \dfrac{\Omega_{su} + \Omega_{pu}}{2} = \dfrac{0.65\pi + 0.8\pi}{2} = 0.725\pi$인 두 개의 저역통과 필터를 설계해야 한다.

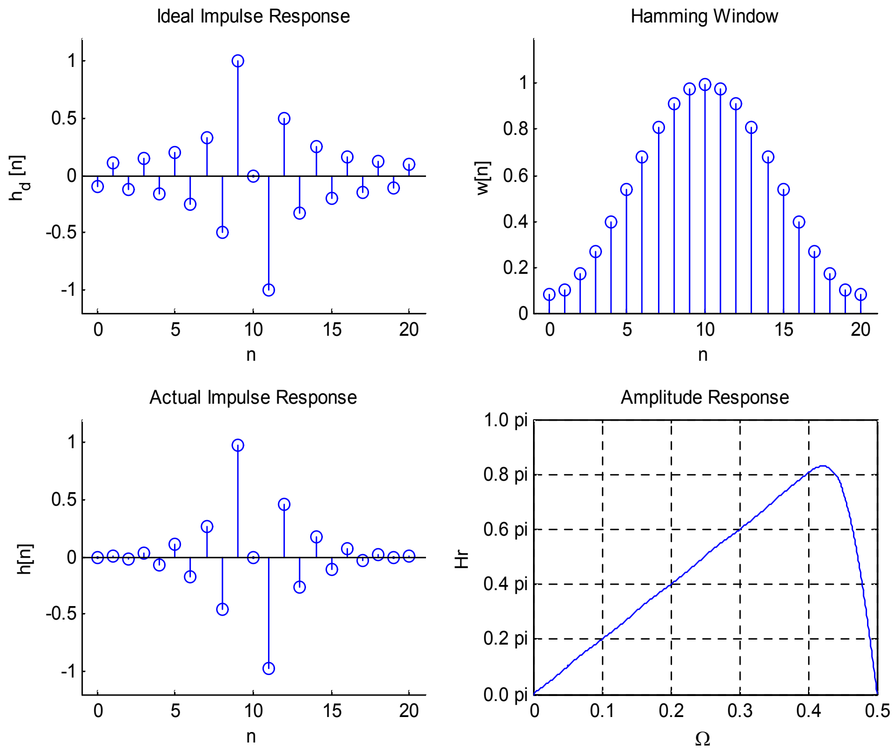
$\alpha = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(60 - 8.7) = 5.65326 \quad \& \quad N = 51$

이상의 파라미터를 이용하여 차단 주파수 $\Omega_{c1} = 0.275\pi$인 저역통과 필터 $H_{LP1}(\Omega)$와 $\Omega_{c2} = 0.725\pi$인 저역통과 필터 $H_{LP2}(\Omega)$가 설계되면 대역통과 필터는 $H_{BP}(\Omega) = H_{LP2}(\Omega) - H_{LP1}(\Omega)$로 구해진다.


(a) Ideal impulse response
$h_d[n]$
0.4
0.2
0
-0.2
0 10 20 30 40 50
n
(b) Kaiser window
w[n]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 10 20 30 40 50
n
(c) Actual impulse response
h[n]
0.4
0.2
0
-0.2
0 10 20 30 40 50
n
(d) Magnitude response
|H(Ω)|dB
0
60
0 0.1 0.175 0.325 0.4 0.5
Ω

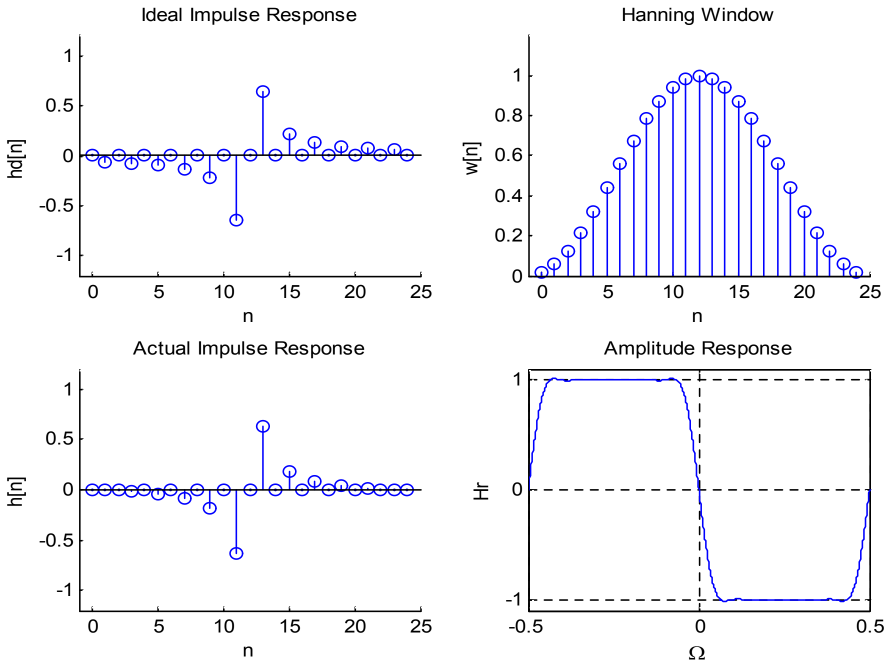
10.10 $h[n] = \begin{cases} 0, & n = \alpha \\ \dfrac{\cos\pi(n-\alpha)}{n-\alpha}, & n \neq \alpha \end{cases}$ $\qquad \alpha = \dfrac{N-1}{2}$

N이 홀수이고, $h[n]$이 기함수 대칭이므로 이 인과 필터는 3형 선형위상 FIR 필터가 된다.

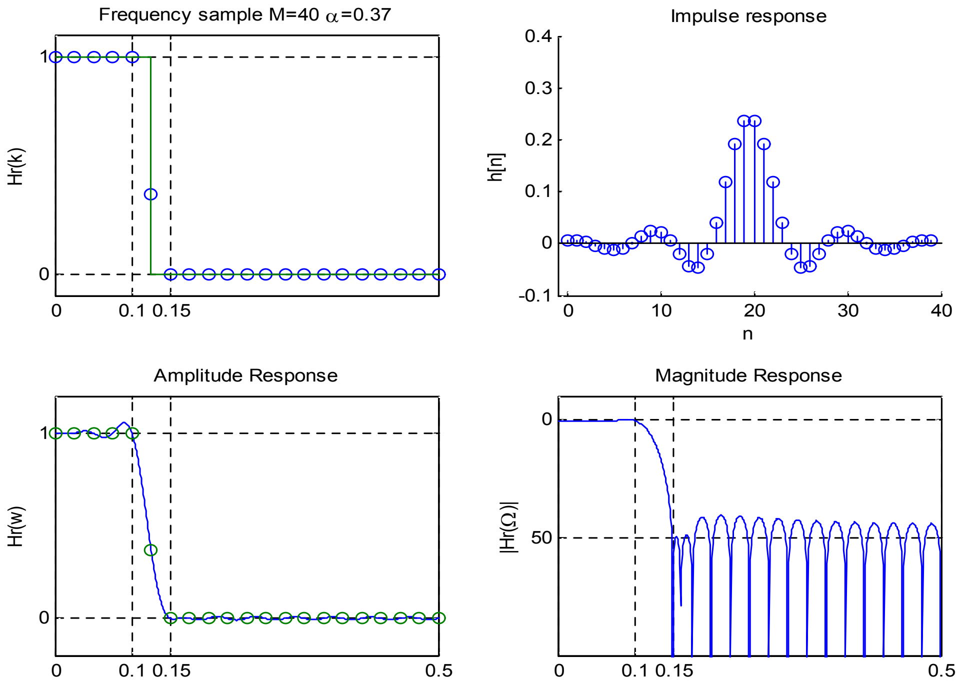


10.11 $$h[n]=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi}\dfrac{\sin^2(\pi(n-\alpha)/2)}{n-\alpha}, & n\neq\alpha\\ 0, & n=\alpha\end{cases}\qquad \alpha=\frac{N-1}{2}$$

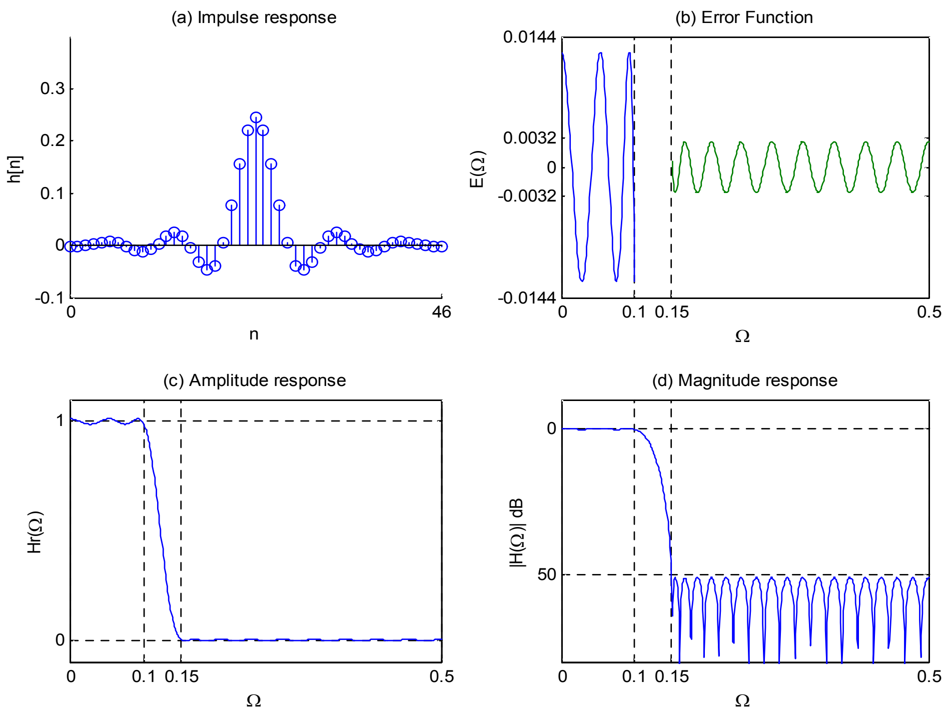
N이 홀수이고, $h[n]$이 기함수 대칭이므로 이 인과 필터는 3형 선형위상 FIR 필터가 된다.



10.12 $\Omega = [0 \ \ 2\pi]$ 구간을 0.05π 간격으로 등간격 샘플링→ 샘플 스펙트럼 수는 $N = 40$ & $\alpha = 0.37$



10.13 $M = 47$


(a) Impulse response
h[n]
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
0
46
n
(b) Error Function
E(Ω)
0.0144
0.0032
0
-0.0032
-0.0144
0
0.1
0.15
0.5
Ω
(c) Amplitude response
Hr(Ω)
1
0
0
0.1
0.15
0.5
Ω
(d) Magnitude response
|H(Ω)| dB
0
50
0
0.1
0.15
0.5
Ω

매트랩 소스

```
wp = 0.2*pi;
ws = 0.3*pi;
Rp = 0.25;
As = 50;
delta1 = (10^(Rp/20)-1)/(10^(Rp/20)+1);
delta2 = (1+delta1)*(10^(-As/20));
deltaH = max(delta1,delta2);
deltaL = min(delta1,delta2);
weights = [delta2/delta1 1];
deltaf = (ws-wp)/(2*pi);
M=ceil((-20*log10(sqrt(delta1*delta2))-13)/(14.6*deltaf)+1);
f = [0 wp/pi ws/pi 1];
m = [1 1 0 0];

h = remez(M-1,f,m,weights);
[H,w] = freqz(h,[1],1000,'whole');
    H = (H(1:1:501))'; w = (w(1:1:501))';
  mag = abs(H);
   db = 20*log10((mag+eps)/max(mag));
  pha = angle(H);
delta_w = 2*pi/1000;

wsi=ws/delta_w+1;
wpi = wp/delta_w;
Asd = -max(db(wsi:1:501));

while(Asd < As)
    M = M+1
    h = remez(M-1,f,m,weights);
    [H,w] = freqz(h,[1],1000,'whole');
        H = (H(1:1:501))';
        w = (w(1:1:501))';
    mag = abs(H);
    db = 20*log10((mag+eps)/max(mag));
    pha = angle(H);
    Asd = -max(db(wsi:1:501))
end

 M = length(h);
 L = (M-1)/2;
 P = [h(L+1) 2*h(L:-1:1)]; % 1x(L+1) row vector
 n = [0:1:L];          % (L+1)x1 column vector
 omega = [0:1:500]'*pi/500;
Hr = cos(omega*n)*P';
```

```
subplot(2,2,1);
stem([0:1:M-1],h);
title('(a) Impulse response');
axis([0 M-1 -0.1 0.4]);
xlabel('n');
ylabel('h[n]');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,M-1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-0.1:0.1:0.3]);

subplot(2,2,4);
plot(w/(2*pi),db);
title('(d) Magnitude response');
axis([0,0.5,-80,10]);
xlabel('₩Omega');
ylabel('|H(₩Omega)| dB');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,0]);
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['50';'0']);
grid;

subplot(2,2,3);
plot(omega/(2*pi),Hr);
title('(c) Amplitude response');
axis([0 0.5 -0.1 1.1]);
xlabel('₩Omega');
ylabel('Hr(₩Omega)')
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,1]);grid;

subplot(2,2,2);
pbw = omega(1:1:wpi+1)/(2*pi);
pbe = Hr(1:1:wpi+1)-1;
sbw = omega(wsi+1:501)/(2*pi);
sbe = Hr(wsi+1:501);
plot(pbw,pbe,sbw,sbe);

axis([0,0.5,-deltaH,deltaH]);
title('(b) Error Function');
xlabel('₩Omega');
ylabel('E(₩Omega)');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-deltaH,-deltaL,0,deltaL,deltaH]);
set(gca,'XGrid','on');
```

Chapter 11 연습문제 답안

11.1 (a) ▸ 디지털 필터의 전달함수

$T_s = 1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-2}} = \dfrac{z}{z-0.1353}$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-0.2}} = \dfrac{z}{z-0.8187}$

▸ 아날로그 필터의 DC 이득: $H(s)|_{s=j0} = \left.\dfrac{1}{s+2}\right|_{s=j0} = 0.5$

▸ 디지털 필터의 이득

$T_s = 1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\dfrac{z}{z-0.1353}\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.1353} = 1.1565$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\dfrac{z}{z-0.8187}\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.8187} = 5.5157$

결과에서 알 수 있듯이 임펄스 불변 변환은 DC 이득이 정합되지 않는다.

(b) ▸ 디지털 필터의 전달함수

$T_s = 1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-1}} + \dfrac{z}{z-e^{-2}} = \dfrac{z}{z-0.3679} + \dfrac{z}{z-0.1353}$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-0.1}} + \dfrac{z}{z-e^{-0.2}} = \dfrac{z}{z-0.9048} + \dfrac{z}{z-0.8187}$

▸ 아날로그 필터의 DC 이득: $H(s) = \left.\left(\dfrac{1}{s+1} + \dfrac{1}{s+2}\right)\right|_{s=j0} = 1.5$

▸ 디지털 필터의 이득

$T_s = 1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\left(\dfrac{z}{z-0.3679} + \dfrac{z}{z-0.1353}\right)\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.3679} + \dfrac{1}{1-0.1353} = 2.7385$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\left(\dfrac{z}{z-0.9048} + \dfrac{z}{z-0.8187}\right)\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.9048} + \dfrac{1}{1-0.8187} = 16.0199$

(a)와 마찬가지로 임펄스 불변 변환은 DC 이득이 정합되지 않는다. 또한 샘플링 주기가 크면 고주파로 갈수록 주파수 중첩에 의한 이득의 부정합이 두드러진다.

(c) ▸ 디지털 필터의 전달함수

$T_s = 1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-1}} + \dfrac{z}{z-e^{-2}} = \dfrac{z}{z-0.3679} - \dfrac{z}{z-0.1353}$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z) = \dfrac{z}{z-e^{-0.1}} + \dfrac{z}{z-e^{-0.2}} = \dfrac{z}{z-0.9048} - \dfrac{z}{z-0.8187}$

▸ 아날로그 필터의 DC 이득: $H(s)|_{s=j0} = (\dfrac{1}{s+1} - \dfrac{1}{s+2})_{s=j0} = 0.5$

▸ 디지털 필터의 이득

$T_s = 1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\dfrac{z}{z-0.3679} - \dfrac{z}{z-0.1353}\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.3679} - \dfrac{1}{1-0.1353} = 0.4255$

$T_s = 0.1$인 경우: $H(z)|_{z=1} = \left.\dfrac{z}{z-0.9048} - \dfrac{z}{z-0.8187}\right|_{z=1} = \dfrac{1}{1-0.9048} - \dfrac{1}{1-0.8187} = 4.9885$

(a)와 마찬가지로 임펄스 불변 변환은 DC 이득이 정합되지 않는다. 또한 샘플링 주기가 크면 고주파로 갈수록 주파수 중첩에 의한 이득의 부정합이 두드러진다.

11.2 주파수 미리 휨에 의한 아날로그 차단 주파수 ω_c는

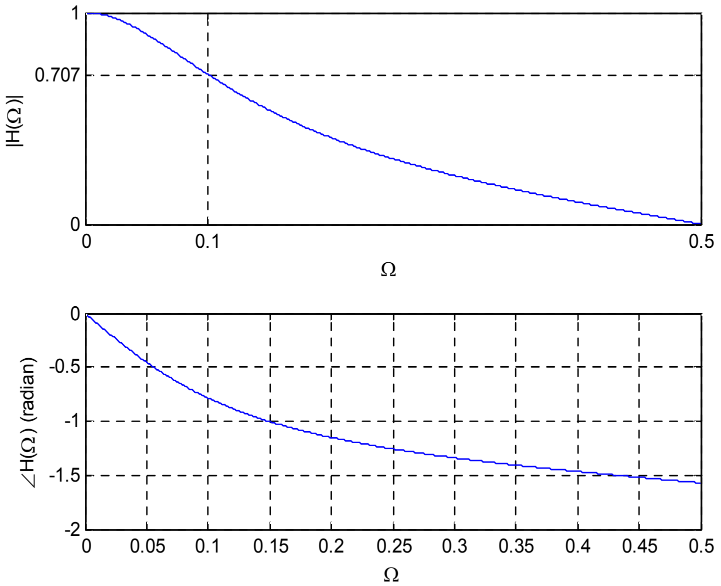
$$\omega_c = \tan\left(\frac{\Omega_c}{2}\right) = \tan(0.1\pi) = 0.3249$$

아날로그 필터 전달 함수는

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s+\omega_c}$$

$T_s = 2$로 놓으면

$$H(z) = \left.\frac{\omega_c}{s+\omega_c}\right|_{s=\frac{z-1}{z+1}} = \frac{0.3249}{\dfrac{z-1}{z+1}+0.3249} = \frac{0.3249(z+1)}{(z-1)+0.3249(z+1)} = \frac{0.2452(z+1)}{z-0.5095}$$



11.3 (a) $H(z)=\frac{z}{z-e^{-2a}}+\frac{z}{z-e^{-2b}}=\frac{z(z-e^{-2b})+z(z-e^{-2a})}{(z-e^{-2a})(z-e^{-2b})}=\frac{2z^2-(e^{-2b}+e^{-2a})z}{(z-e^{-2a})(z-e^{-2b})}$

디지털 필터의 극: $z_{p1}=e^{-2a},\ z_{p2}=e^{-2b}$

영점: $z_{z1}=\frac{1}{2}(e^{-2a}+e^{-2b}),\ z_{z2}=0$

(b) $H(z)=\left(\frac{1}{s-a}+\frac{1}{s-b}\right)\Big|_{\frac{z-1}{z+1}}$

$=\frac{(z+1)((2-a-b)z-(2+a+b))}{((1-a)z-(1+a))((1-b)z-(1+b))}=\frac{(2-a-b)z^2-2(a+b)z-(2+a+b)}{((1-a)z-(1+a))((1-b)z-(1+b))}$

디지털 필터의 극: $z_{p1}=\frac{1+a}{1-a},\ z_{p2}=\frac{1+b}{1-b}$

영점: $z_{z1}=-1,\ z_{z2}=\frac{2+a+b}{2-a-b}$

11.4 (a) 전극 필터이므로 저역통과 필터이다.

(b) $H(z)=\frac{3}{s^2+3s+3}\Big|_{s=4\frac{z-1}{z+1}}=\frac{3z^2+6z+3}{31z^2-26z+7}$

(c) $H(z)=H(s)|_{s=3\frac{z-1}{z+1}}=\frac{3}{s^2+3s+3}\Big|_{s=3\frac{z-1}{z+1}}=\frac{3z^2+6z+3}{21z^2-12z+3}$

11.5 (a) $H(z)|_{z=\frac{z'+0.642}{1+0.642z'}}=\frac{\frac{z'+0.642}{1+0.642z'}+1}{\left(\frac{z'+0.642}{1+0.642z'}\right)^2-\frac{z'+0.642}{1+0.642z'}z+0.2}=\frac{1.0542z'^2+2.6962z'+1.642}{0.4404z'^2+0.1286z'-0.0298}$

(b) $H(z)|_{z=-\frac{z'-0.9021}{1-0.9021z'}}=\frac{-\frac{z'-0.9021}{1-0.9021z'}+1}{\left(\frac{z'-0.9021}{1-0.9021z'}\right)^2+\frac{z'-0.9021}{1-0.9021z'}z+0.2}=\frac{1.7159z'^2-3.618z'+1.9021}{0.2607z'^2-0.3512z'+0.1117}$

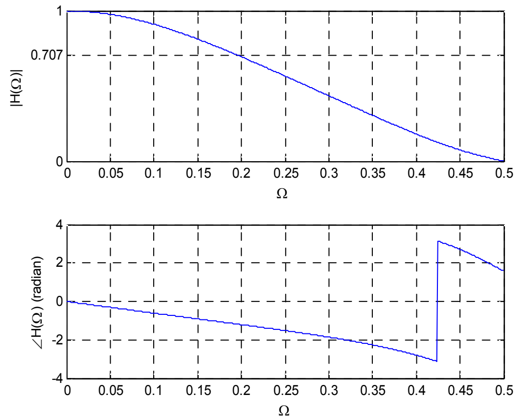
(c) $h=0.3820$
$k=0.2180$
$c_1=-0.1367$
$c_2=-0.6420$

$H(z')=H(z)|_{z=-\frac{z'^2+c_1z'+c_2}{c_2z'^2+c_1z'+1}}=\frac{1.0543z'^4+0.2245z'^3-2.6963z'^2-0.2245z'+1.642}{0.4404z'^4-0.2873z'^3-0.0876z'^2+0.0719z'-0.0298}$

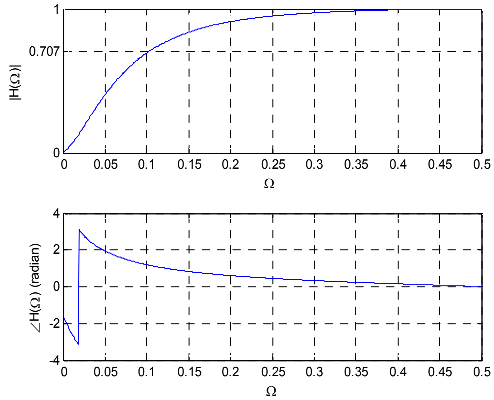
(d) $h = -0.3820$
$k = 0.1151$
$c_1 = 0.6851$
$c_2 = 0.7936$

$$H(z') = H(z)|_{z = \frac{z'^2 + c_1 z' + c_2}{c_2 z'^2 + c_1 z' + 1}} = \frac{1.4234z'^4 + 2.3162z'^3 + 4.1557z'^2 + 2.599z' + 1.7936}{0.3324z'^4 + 0.3589z'^3 + 0.3687z'^2 + 0.1326z' - 0.0362}$$

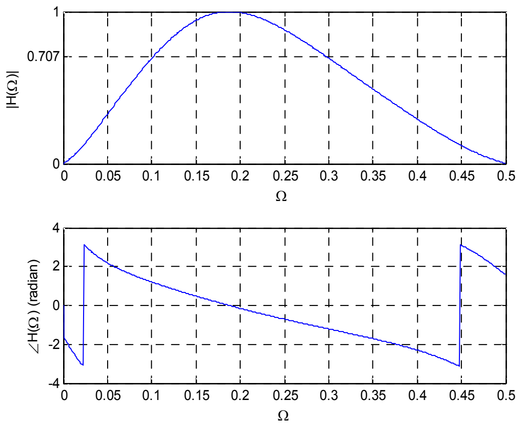
변환된 필터들의 주파수 응답을 매트랩을 이용하여 그려보면 다음과 같다.



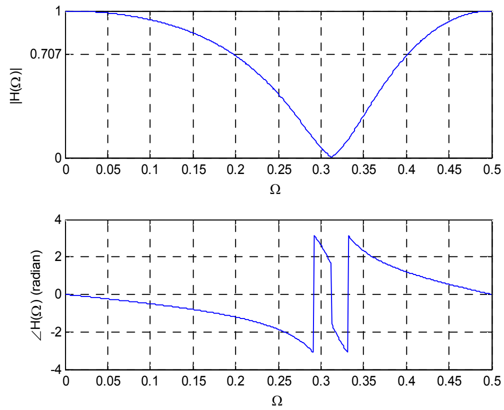
(a) 저역 통과 필터



(b) 고역 통과 필터



(c) 대역 통과 필터



(d) 대역 저지 필터

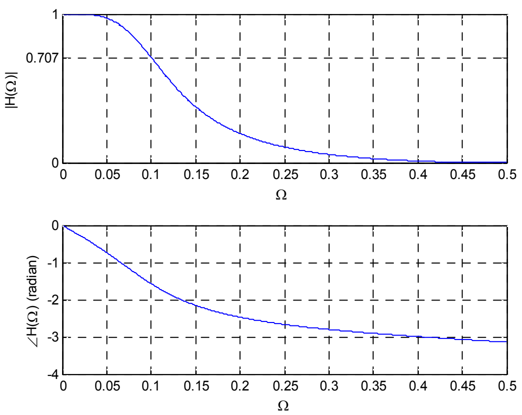
11.6 (a) $H(z) = H(s)|_{s=\frac{z-1}{0.3249(z+1)}} = \dfrac{0.1056(z^2+2z+1)}{1.5651z^2 - 1.7888z + 0.6461}$

(b) $H(z) = H(s)|_{s=\frac{z+1}{z-1}} = \dfrac{z^2-2z+1}{3.4142z^2+0.5858}$

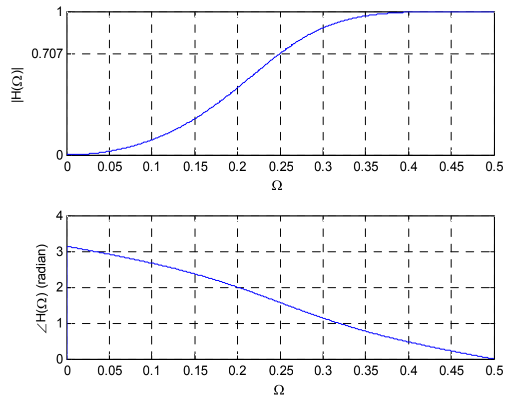
(c) $H(z) = H(s)|_{s=\frac{z^2-0.6766z+1}{0.4452(z^2-1)}} = \dfrac{0.1982(z^4-2z^2+1)}{1.8728z^4 - 1.7792z^3 + 2..0614z^2 - 0.9272z + 0.5686}$

(d) $H(z) = H(s)|_{s=\frac{0.1584(z^2-1)}{z^2+0.3168z+1}} = \dfrac{z^4+0.6336z^3+2.1004z^2+0.6336z+1}{1.2491z^4+0.7046z^3+2.0502z^2+0.5626z+0.8011}$

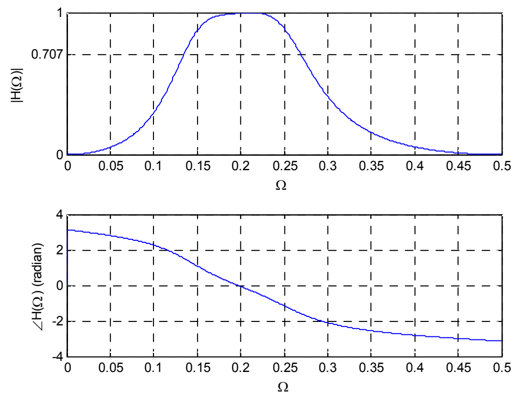
변환된 필터들의 주파수 응답을 매트랩을 이용하여 그려보면 다음과 같다. 프로그램은 바로 앞의 [연습문제 11.5]와 마찬가지이다.



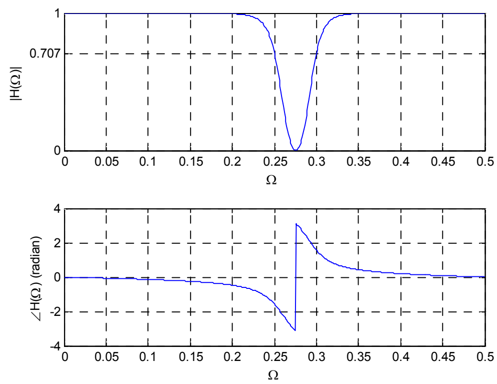
(a) 저역 통과 필터



(b) 고역 통과 필터



(c) 대역 통과 필터



(d) 대역 저지 필터

11.7 주파수 미리 휨하는 것이 필요하다. $T=1$로 두면,

$$\omega_p = \frac{2}{T}\tan\frac{\Omega_p}{2} = \frac{2}{T}\tan 0.15\pi = 1.0191$$

$$\omega_s = \frac{2}{T}\tan\frac{\Omega_s}{2} = \frac{2}{T}\tan 0.35\pi = 3.9259$$

먼저 아날로그 버터워스 필터를 설계한다.

$$N=5 \quad \& \quad \omega_c = \omega_{cp} = \frac{\omega_p}{\sqrt[2N]{10^{A_P/10}-1}} = 1.1665$$

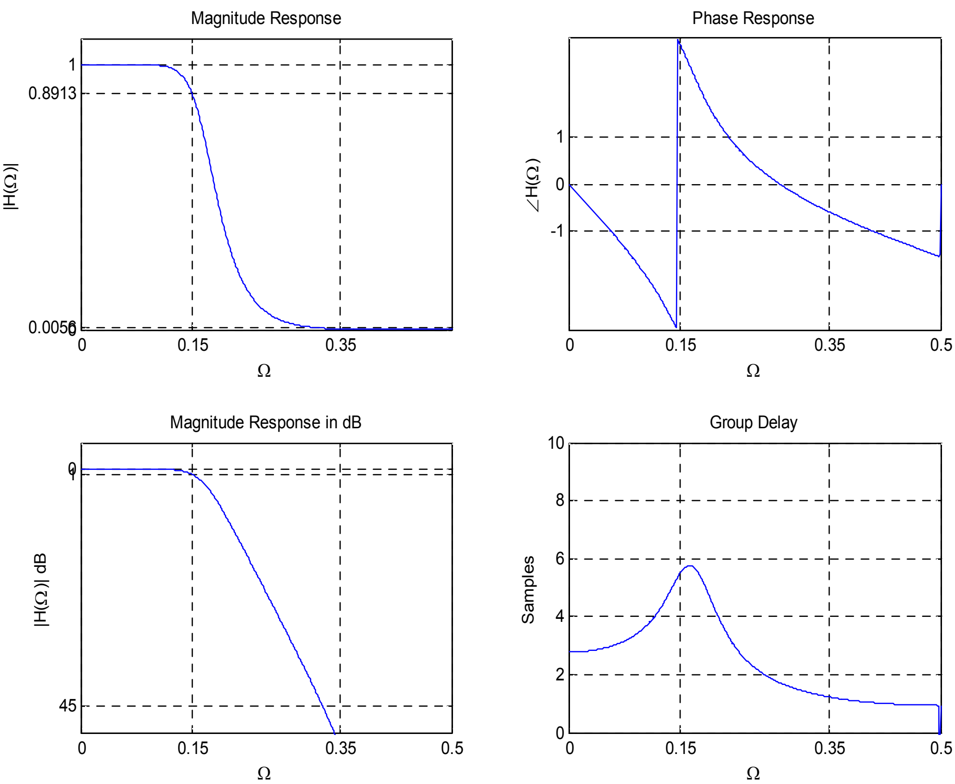
$$H(s) = \frac{2.1602}{(s+(0.3605 \pm j1.1094))(s+(0.9438 \pm j0.6857))(s+1.1665)}$$

$$= \frac{2.1602}{(s^2+0.721s+1.3607)(s^2+1.8876s+1.3609)(s+1.1665)}$$

쌍선형 변환하여 얻은 저역 통과 필터의 전달 함수는 다음과 같다.

$$H(z) = \frac{z^5+5z^4+10z^3+10z^2+5z+1}{z^5-1.6169z^4+1.5543z^3-0.7828z^2+0.2231z-0.0263}$$

그리고 설계된 저역 통과 필터의 주파수 응답은 아래 그림과 같다.



11.8 주파수 미리 휨하는 것이 필요하다. $T=1$로 두면,

$$\omega_p = \frac{2}{T}\tan\frac{\Omega_p}{2} = \frac{2}{T}\tan 0.2\pi = 1.4531$$

$$\omega_s = \frac{2}{T}\tan\frac{\Omega_s}{2} = \frac{2}{T}\tan 0.4\pi = 6.1554$$

먼저 체비쇼프 필터를 설계해야 한다.

$N=3 \quad \& \quad \omega_c = \omega_p = 1.4531$

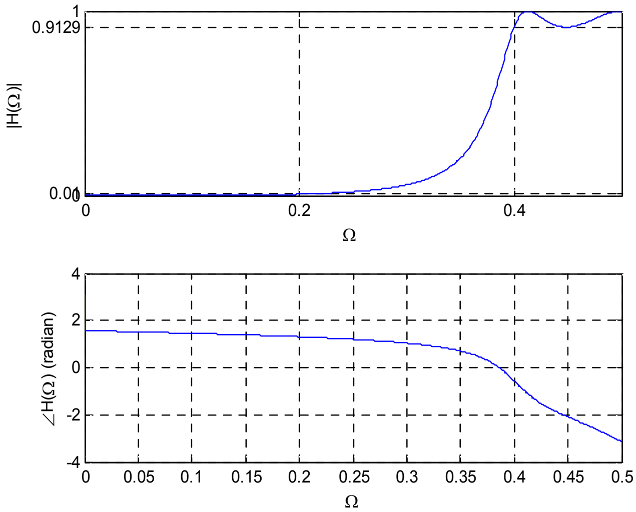
$$H(s) = \frac{1.7149}{(s+0.7815)(s^2+0.7815s+2.1945)} = \frac{1.7149}{s^3+1.563s^2+2.8051s+1.7149}$$

이제 구해진 아날로그 필터를 쌍선형 변환을 이용하여 변환하여 보면

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{2(z-1)}{z+1}} = \frac{0.0795z^3+0.2384z^2+0.2384z+0.0795}{z^3-0.9036z^2+0.801z-0.2615}$$

그런데 주어진 문제는 고역통과 필터였으므로 [표 11-5]를 이용하여 LP2HP 대역 변환하면

$$H(z) = \frac{0.0127z^3+0.0381z^2+0.0381z+0.0127}{z^3-2.0887z^2+1.7017z-0.5113}$$



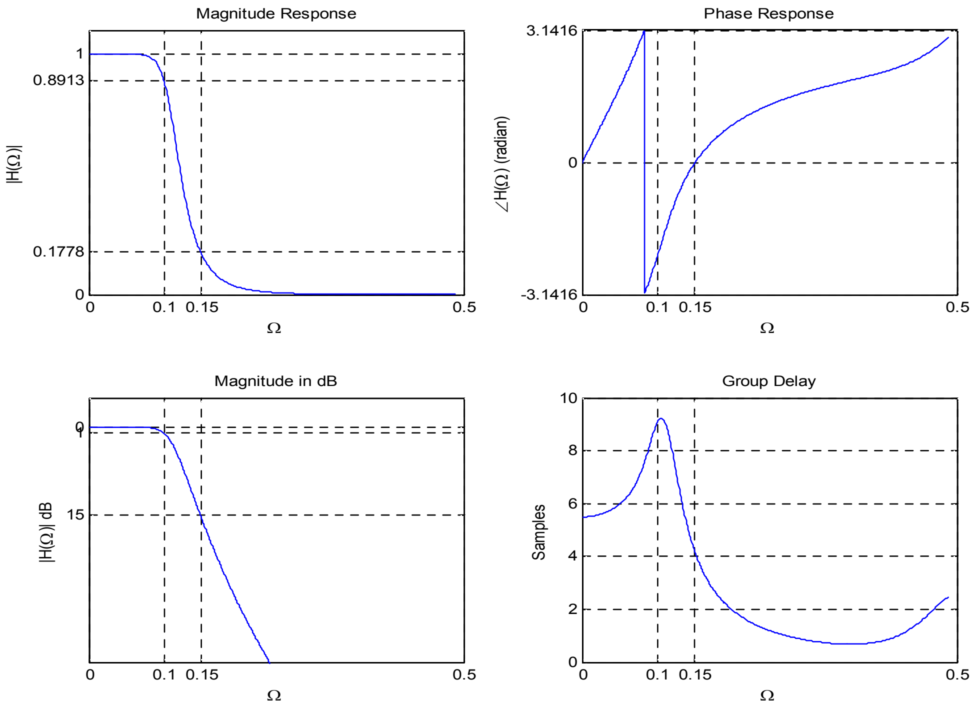
11.9 필터의 차수 $N=6$

설계된 버터워스 원형 필터

$$H(s)=\frac{0.1209}{s^6+2.717s^5+3.691s^4+3.1788s^3+1.8252s^2+0.6644s+0.1209}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.0006z^4+0.0101z^3+0.0161z^2+0.0041z+0.0001}{z^6-3.3635z^5+5.0684z^4-4.2759z^3+2.1066z^2-0.5706z+0.0661}$$



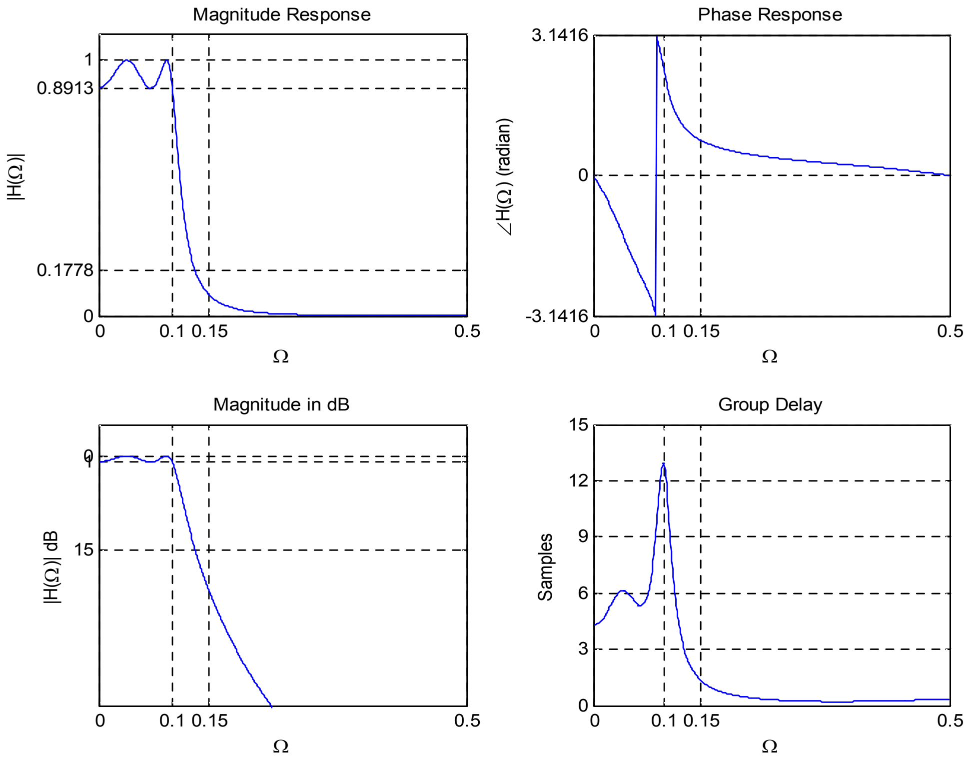
11.10 필터의 차수 $N=4$

설계된 1형 체비쇼프 필터

$$H(s)=\frac{0.2457}{s^4+0.5987s^3+0.574s^2+0.1842s+0.043}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.0345z^2+0.1162z+0.0256}{z^4-3.0591z^3+3.8323z^2-2.2919z+0.5495}$$



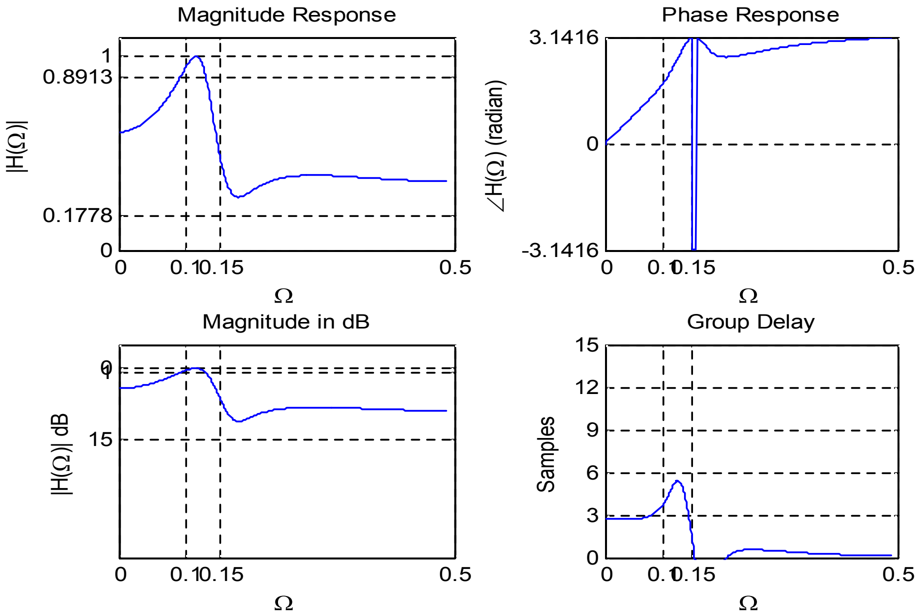
11.11 필터의 차수 $N=4$

설계된 2형 체비쇼프 필터

$$H(s)=\frac{0.1778s^4+1.2637s^2+1.1225}{s^4+2.3696s^3+3.0322s^2+1.9925s+1.1225}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{-0.2435z^4+0.6762z^3-0.5578z^2+0.3282z+0.0166}{z^4-1.6658z^3+1.4289z^2-0.5193z+0.0935}$$



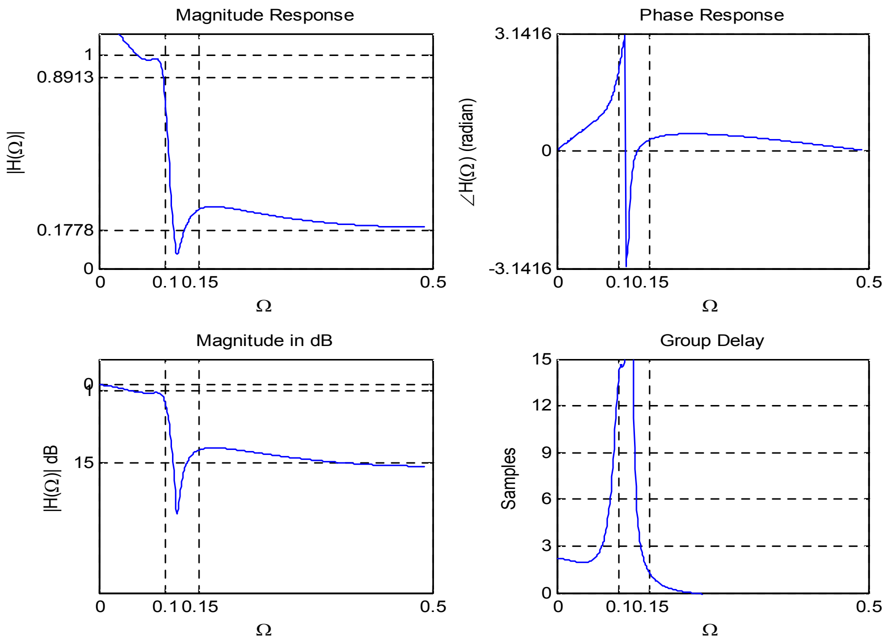
11.12 필터의 차수 $N=3$

설계된 타원형 필터

$$H(s)=\frac{0.296s^2+0.1873}{s^3+0.6161s^2+0.4837s+0.1873}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.296z^2-0.4461z+0.3063}{z^3-2.1192z^2+1.7935z-0.5401}$$



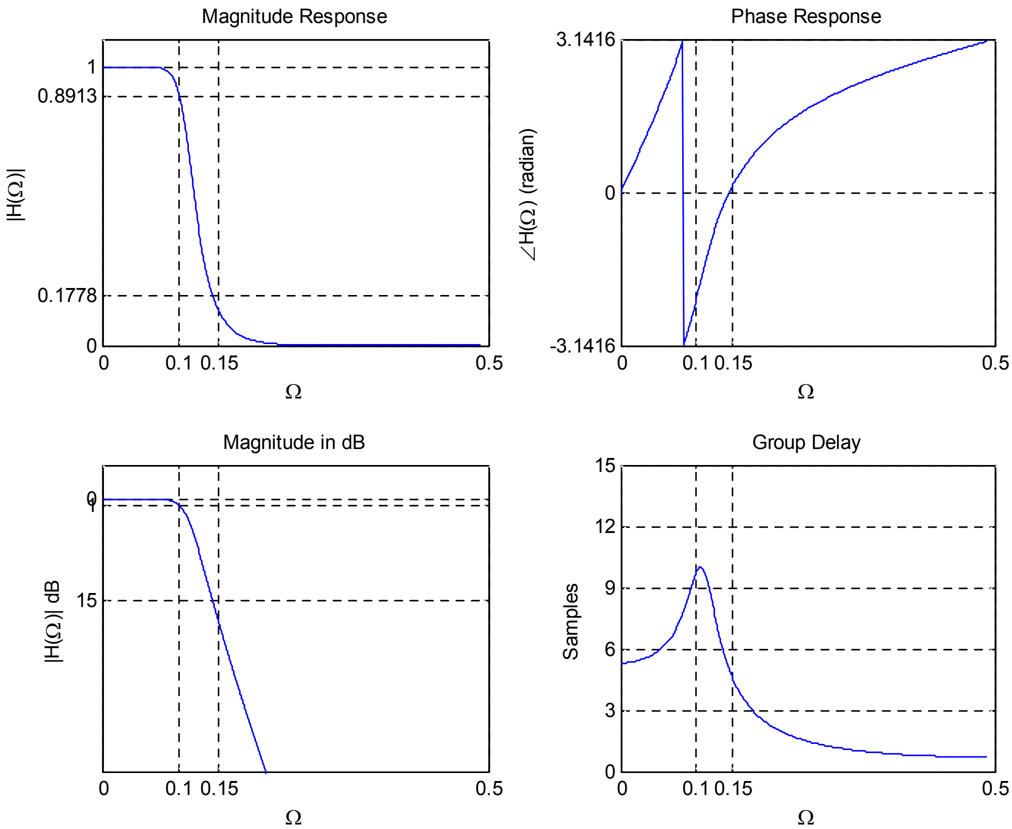
11.13 필터의 차수 $N=6$

설계된 버터워스 필터

$$H(s)=\frac{0.148}{s^6+2.81s^5+3.9482s^4+3.5168s^3+2.0884s^2+0.7862s+0.148}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.0006z^6+0.0035z^5+0.0087z^4+0.0116z^3+0.0087z^2+0.0035z+0.0006}{z^6-3.3143z^5+4.9501z^4-4.1433z^3+2.0275z^2-0.5458z+0.0628}$$



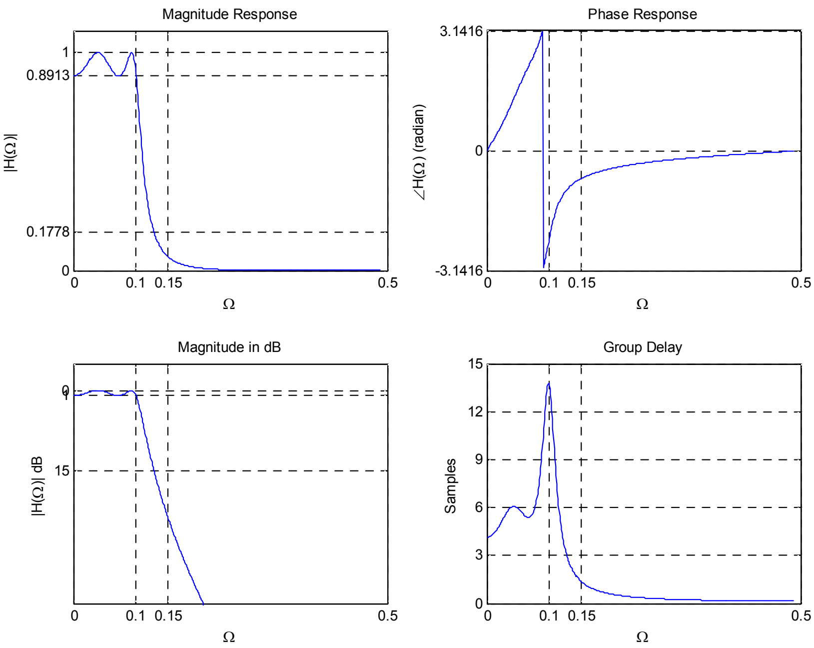
11.14 필터의 차수 $N=4$

설계된 1형 체비쇼프 원형 필터

$$H(s)=\frac{0.2457}{s^4+0.6192s^3+0.614s^2+0.2038s+0.0492}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.0103z^4+0.0412z^3+0.0618z^2+0.0412z+0.0103}{z^4-3.0543z^3+3.829z^2-2.2925z+0.5507}$$



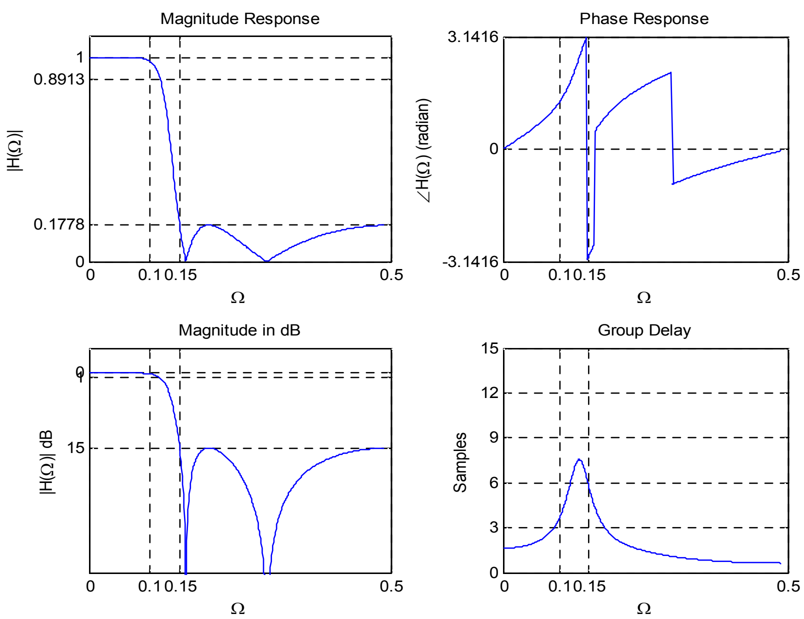
11.15 필터의 차수 $N=4$

설계된 2형 체비쇼프 원형 필터

$$H(s)=\frac{0.1778s^4+1.4773s^2+1.5342}{s^4+2.5621s^3+3.5449s^2+2.5187s+1.5342}$$

최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.1797z^4-0.0916z^3+0.2525z^2-0.0916z+0.1797}{z^4-1.5508z^3+1.3423z^2-0.4707z+0.1079}$$



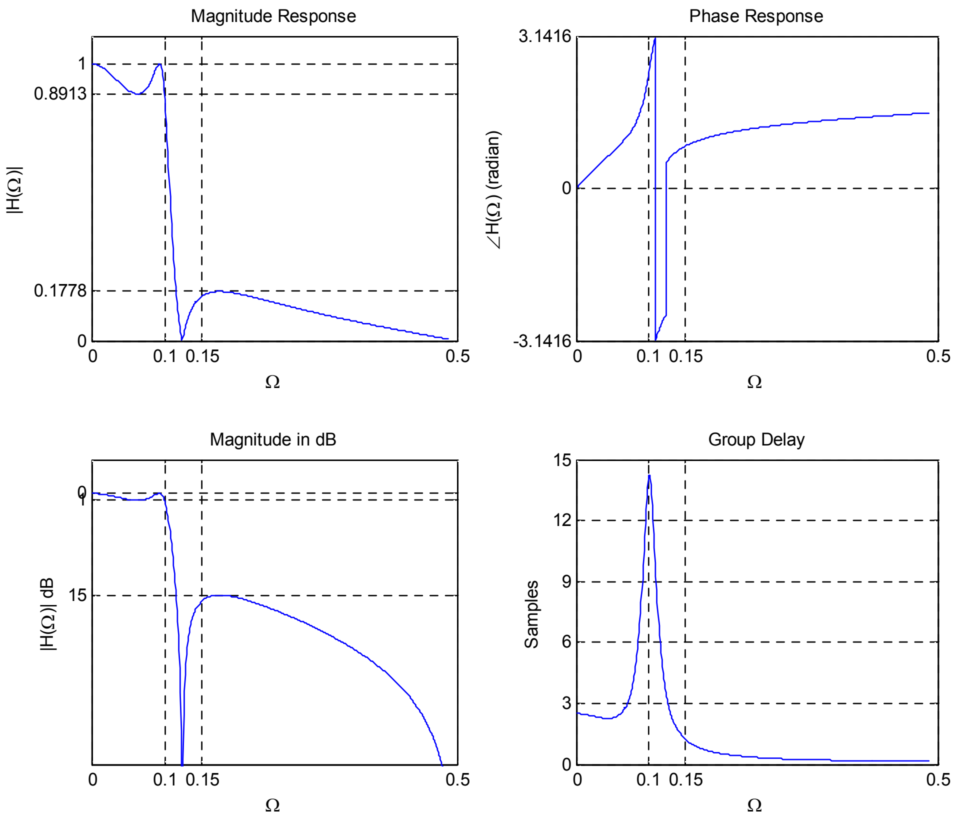
11.16 필터의 차수 $N=3$

설계된 타원형 필터

$$H(s)=\frac{0.3062s^2+0.2072}{s^3+0.6372s^2+0.5174s+0.2072}$$

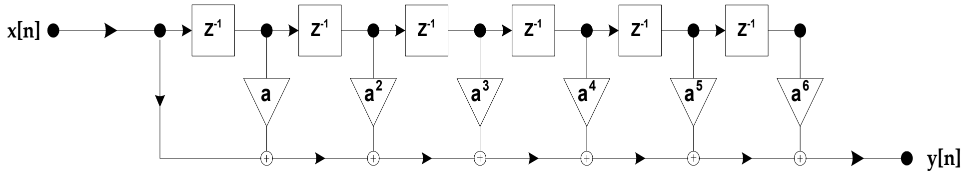
최종 설계된 디지털 저역 통과 필터

$$H(z)=\frac{0.1214z^3-0.0511z^2-0.0511z+0.1214}{z^4-2.1112z^3+1.7843z^2-0.5325}$$

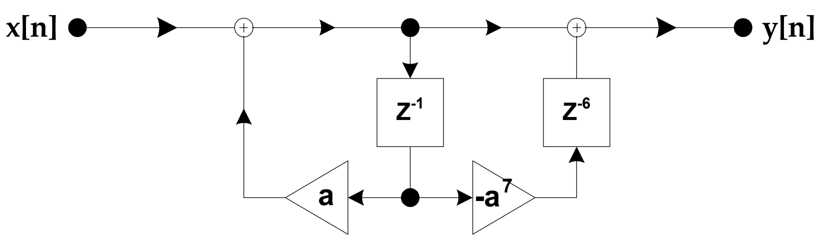


Chapter 12 연습문제 답안

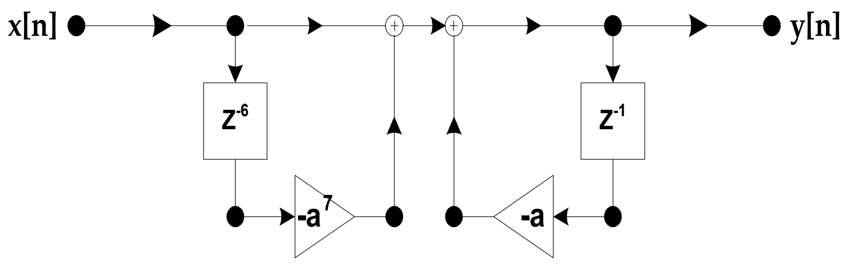
12.1 (a)



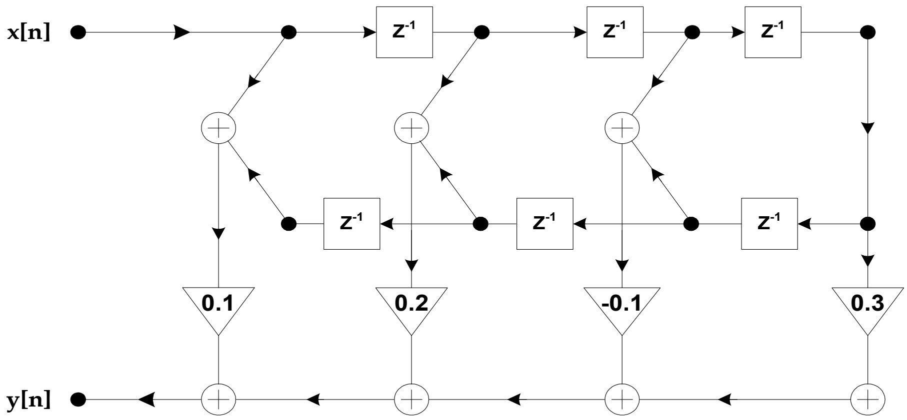
(b) $H(z) = H_1(z)H_2(z) = (\frac{1}{1-az^{-1}}) \cdot (1-(az^{-1})^7)$



(c)

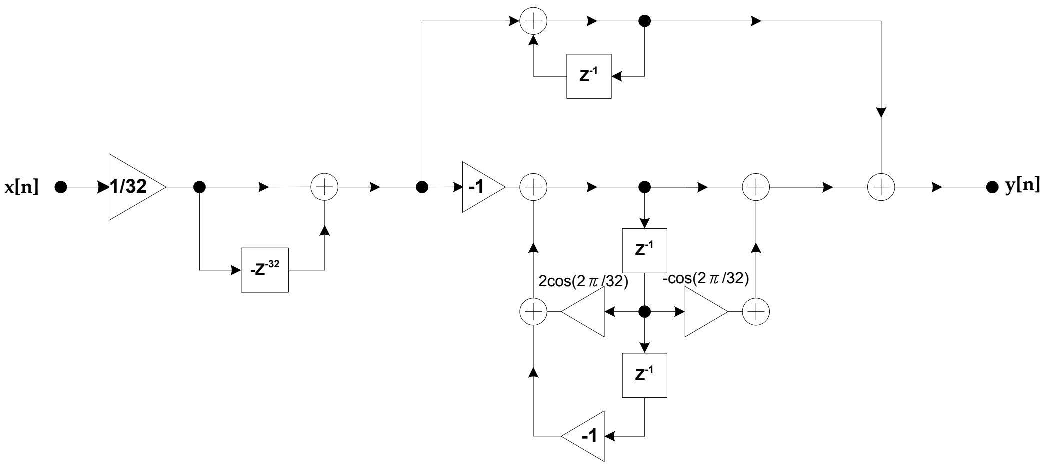


12.2 $h[n]=h[N-1-n]$의 대칭성을 만족하므로 선형 위상형 구조로 구현할 수 있다.



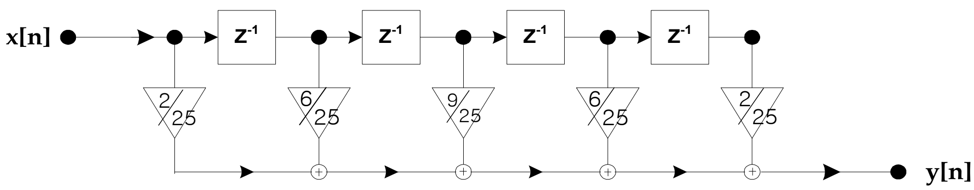
12.3 $H[k]=\begin{cases}1, & k=0\\ -0.5, & k=1,\,31\\ 0, & \text{그 외}\end{cases}$

$$H(z)=\frac{1-z^{-32}}{32}\sum_{k=0}^{31}\frac{H[k]}{1-e^{j\frac{2\pi}{32}k}z^{-1}}=(\frac{1}{32})(1-z^{-32})\left[\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{1-\cos(\frac{2\pi}{32})z^{-1}}{1-2\cos(\frac{2\pi}{32})z^{-1}+z^{-2}}\right]$$

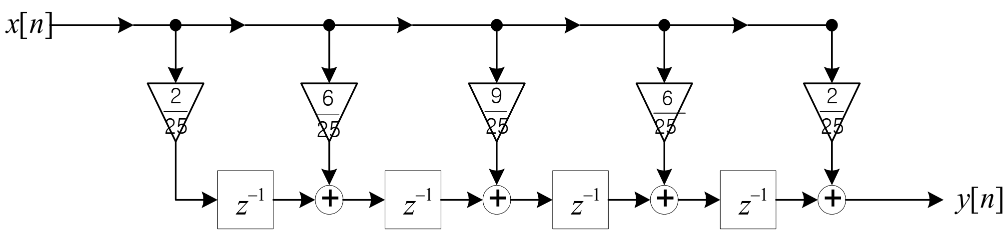


주파수 샘플링형 구조는 그림에서 보는 것과 같이 35개의 시간지연기와 (-를 제외하면) 3개의 곱셈기 그리고 6개의 덧셈기가 필요하다. 반면 직접형 구조에서는 31개의 시간지연기, 32개의 곱셈기(실제로는 임펄스 응답이 대칭이므로 16개읭 곱셈기만 있어도 됨), 그리고 31개의 덧셈기가 필요할 것이다. 전체적으로 요구되는 소자의 개수 면에서 주파수 샘플링형이 유리하다.

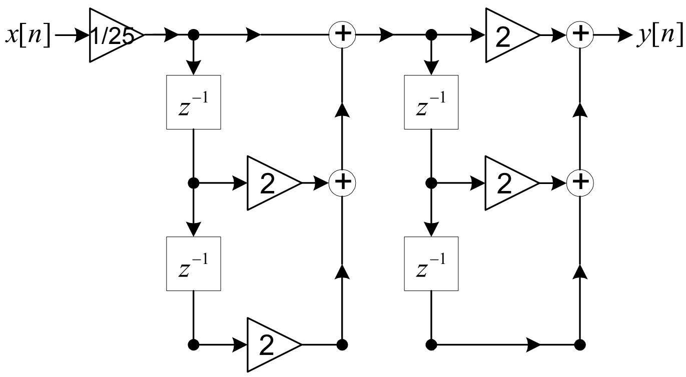
12.4 (a)



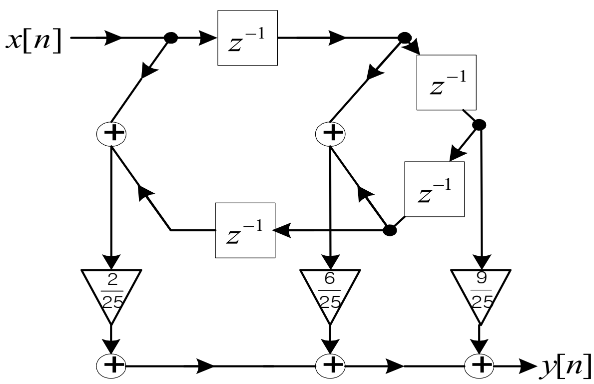
(b)



(c) $H(z)=\dfrac{1}{25}(1+2z^{-1}+2z^{-2})(2+2z^{-1}+z^{-2})$



(d)



(e) $H(z)=\frac{1-z^{-5}}{5}\left(\sum_{k=1}^{2}2|H[k]|H_k(z)+\frac{1}{1-z^{-1}}\right)$

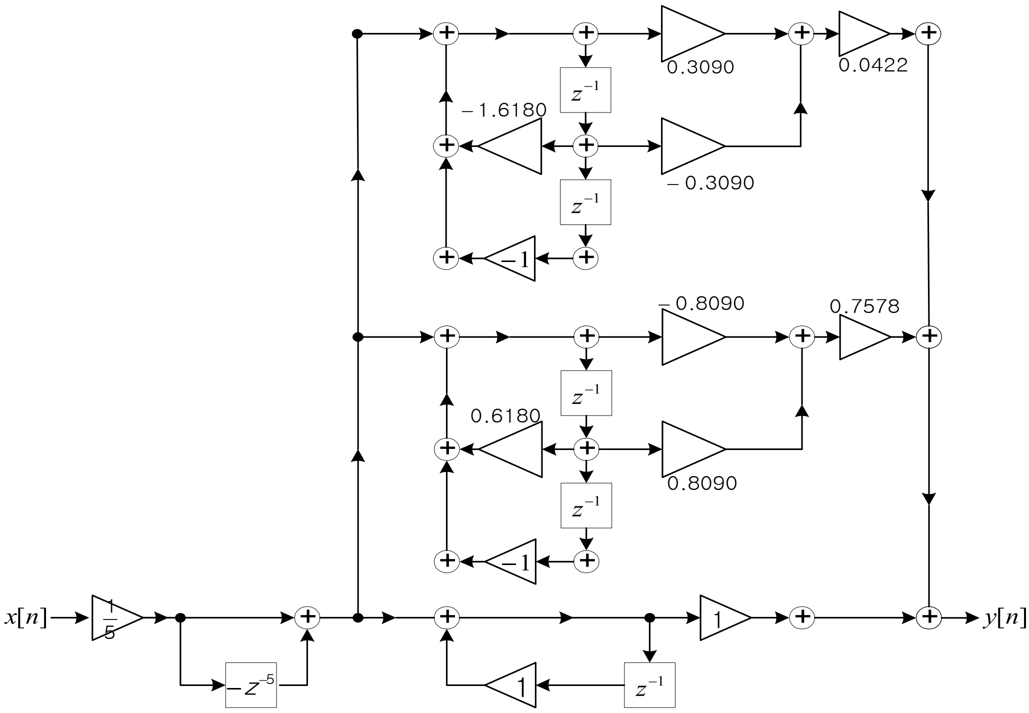
$$H[0]=\frac{1}{25}(4+12+9)=1$$

$$H[1]=\frac{1}{25}e^{-j\frac{4\pi}{5}}\left(4\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)+12\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+9\right)=0.3789e^{-j\frac{4\pi}{5}}$$

$$H[2]=\frac{1}{25}e^{-j\frac{8\pi}{5}}\left(4\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right)+12\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)+9\right)=0.0211e^{-j\frac{8\pi}{5}}$$

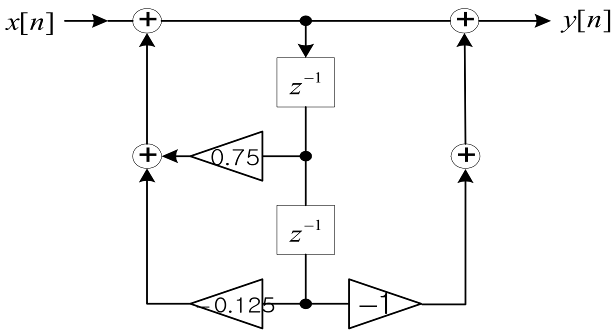
$$H_1(z)=\frac{-0.8090+0.8090z^{-1}}{1-0.6180z^{-1}+z^{-2}}$$

$$H_2(z)=\frac{0.3090-0.3090z^{-1}}{1+1.6180z^{-1}+z^{-2}}$$

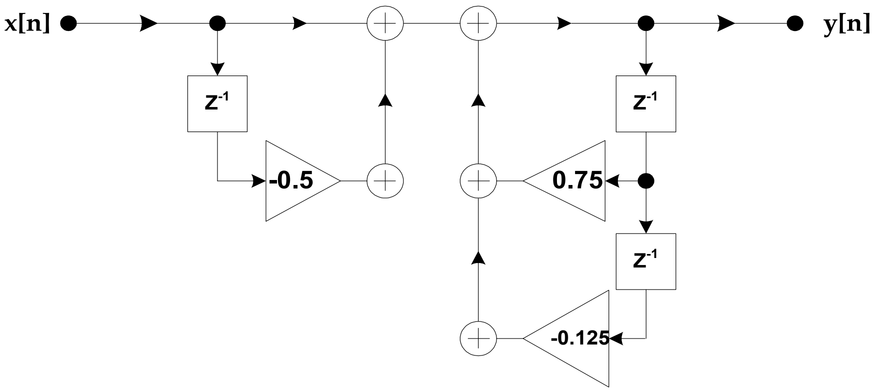


12.5 바이쿼드 구조를 사용하는 종속형 구조로 구현하면 될 것이다.

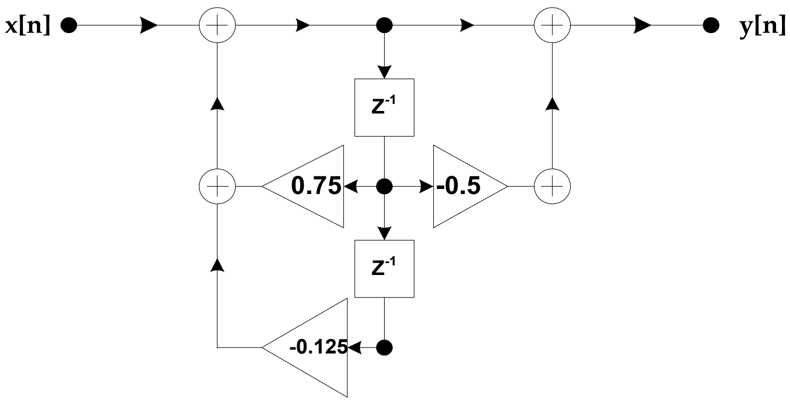
아래 그림의 구조는 시간 지연기 2개, 곱셈기 3개로 구현된 것이다. 이보다 더 줄일 수는 없다.



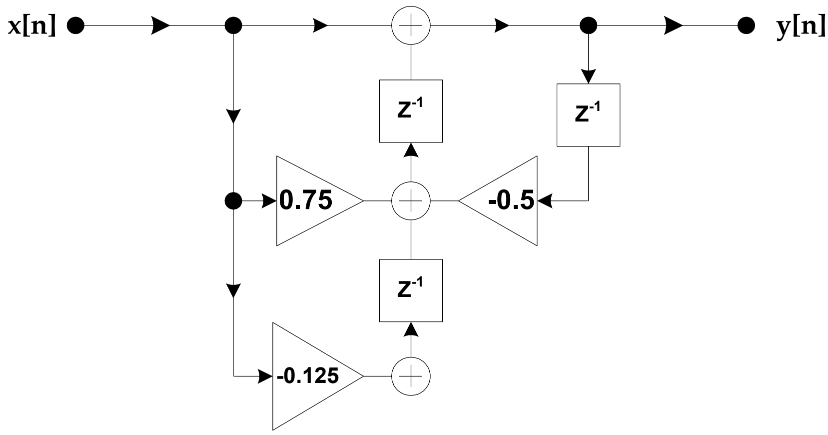
12.6 (a)



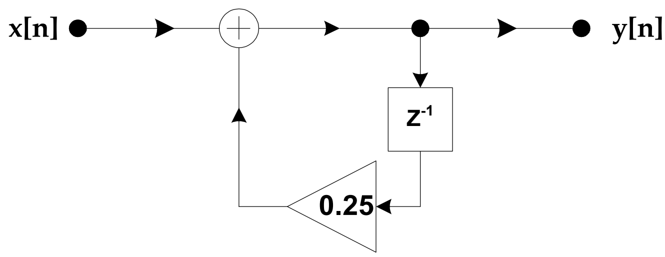
(b)



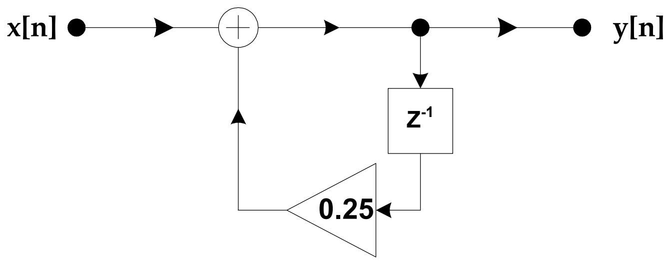
(c) 전치 제2 직접형은 제1 직접형에서 곱셈기와 시간지연기열 순서를 바꾸면 다음과 같이 된다.



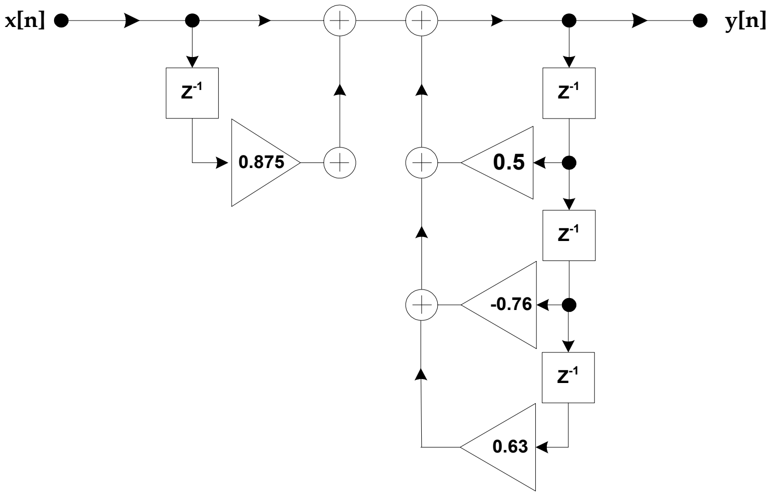
(d) $H(z) = \dfrac{1}{(1-0.25z^{-1})}$



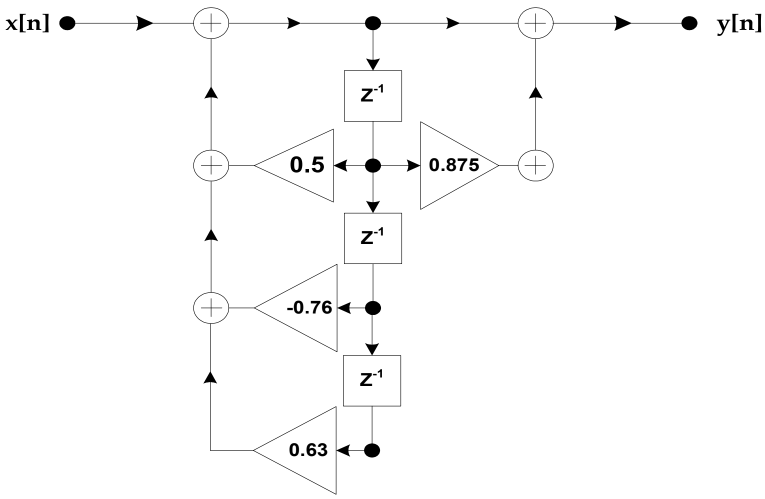
(e) (d)의 풀이에서 본 것처럼 최종적인 시스템 전달함수가 1차이므로, 병렬형 구조는 종속형 구조와 같다.



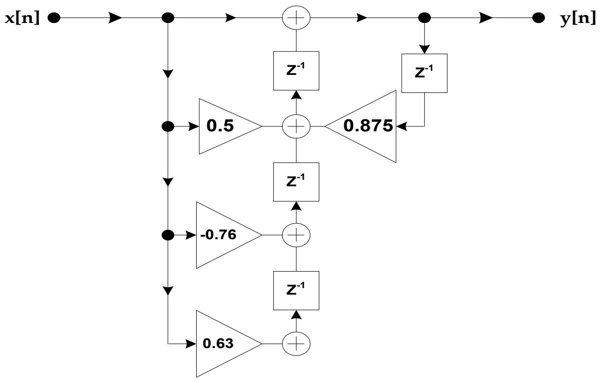
12.7 (a) $H(z)=\dfrac{1+0.875z^{-1}}{1-0.5z^{-1}+0.76z^{-2}-0.63z^{-3}}$



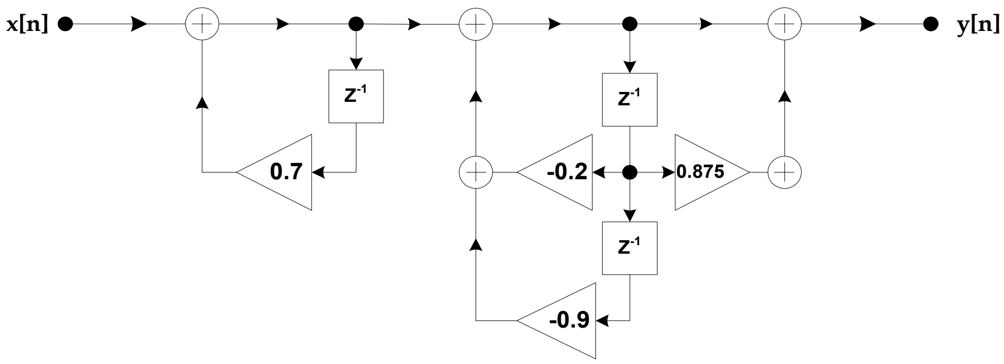
(b)



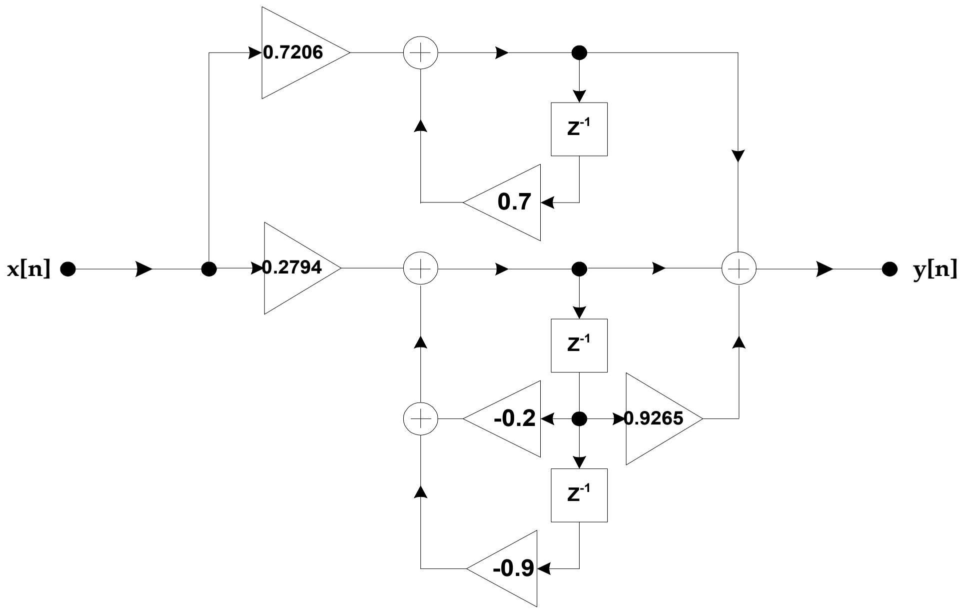
(c)



(d)



(e) $H(z)=\dfrac{0.2794+0.9265z^{-1}}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})}+\dfrac{0.7206}{(1-0.7z^{-1})}$

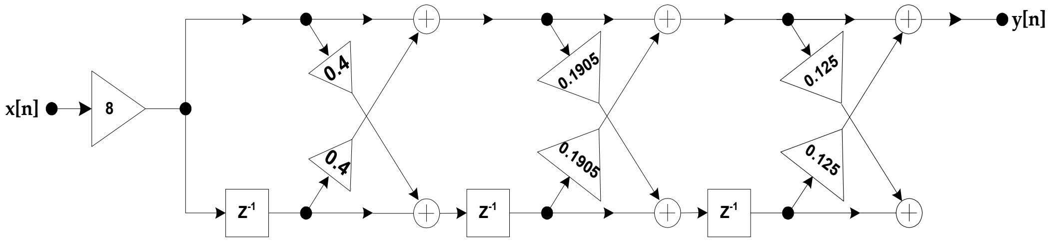


12.8 $K_3 = 0.125$

$K_2 = \alpha_2(2) = 0.1905$

$K_1 = \alpha_1(1) = 0.4$

이상과 같이 구해진 반사계수를 이용하여 격자필터로 구현하면 아래 그림과 같이 된다.

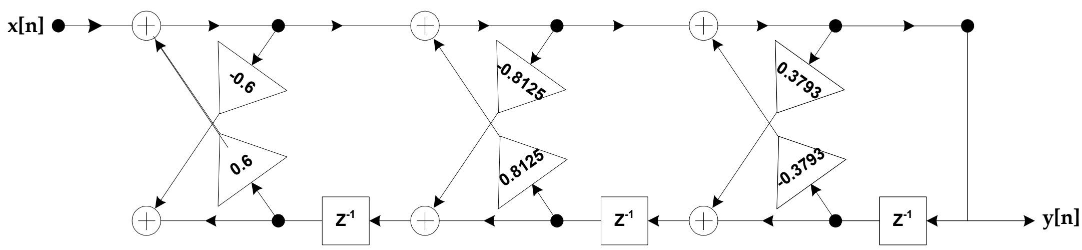


12.9 $K_3 = 0.6$

$K_2 = \alpha_2(2) = 0.8125$

$K_1 = \alpha_1(1) = -0.3793$

이상과 같이 구해진 반사계수를 이용하여 격자필터로 구현하면 아래 그림과 같이 된다.



12.10 $K_3 = -0.512$

$K_2 = \alpha_2(2) = 0.3123$

$K_1 = \alpha_1(1) = -0.4878$

$C_3 = b_3 = 1$

$C_2 = b_2(2) = 0$

$C_1 = 0$

$C_0 = 0$

따라서 이 필터의 격자-사다리꼴 구현은 실제로는 아래 그림과 같이 격자구조만 갖게 된다. 이러한 현상은 주어진 필터가 전역통과 필터, 즉 전달 함수의 분모, 분자가 거울 상 대칭이기 때문에 발생한다.