
MSE, 이공계생을 위한 확률과 통계

[연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 안승철과 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

Chapter 07 연습문제 해답

7.1

귀무가설 $H_0: \mu_1 = \mu_2$

대립가설 $H_1: \mu_1 > \mu_2$

7.3

모분산이 1이고 양측검정이므로

(a) 귀무가설을 기각시키지 못하므로 $|Z| < 1.645$

(b) 유의수준이 0.01이고 귀무가설을 기각시키므로 $|Z| \geq 2.58$

(c) 검정통계량의 관측값 $|z_0| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{24.23 - 25}{1/\sqrt{10}} \right| \approx 2.43$

(d) $\alpha = 0.1$ 에서 귀무가설을 기각시키고, $\alpha = 0.01$ 에서는 기각시키지 못한다.

(e) $p\text{-value} = 0.015$

7.5

$|Z_0| = 4.0 > z_{0.025} = 1.96$ 이므로 귀무가설을 기각한다.

7.7

① $H_0: \mu = 80$

$H_1: \mu > 80$

② 검정통계량 : $Z_0 = \frac{81.25 - 80}{2/\sqrt{16}} = 2.5$

③ $\alpha = 0.05$ 이므로 $z_{0.05} = 1.645$ 이다.

④ $Z_0 = 2.5 > z_{0.05} = 1.645$ 이므로 H_0 를 기각한다. 따라서 모평균이 80보다 크다고 할 수 있다.

7.9

구매자의 입장에서는 회사의 주장이 의심스럽기 때문에 다음과 같이 가설을 세워 하단측검정을 한다.

$$\textcircled{1} H_0 : \mu \geq 8,000$$

$$H_1 : \mu < 8,000$$

$$\textcircled{2} \text{검정통계량} : t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{7,750 - 8,000}{145 / \sqrt{6}} \approx -4.22$$

$$\textcircled{3} \alpha = 0.05 \text{ 일 때 } -t_{\alpha}(n-1) = -t_{0.05}(5) = -2.015 \text{ 이고 } t_0 < -t_{0.05}(5)$$

이므로 H_0 를 기각한다.

$$\alpha = 0.01 \text{ 일 때 } -t_{\alpha}(n-1) = -t_{0.01}(5) = -3.365 \text{ 이고 } t_0 < -t_{0.01}(5)$$

이므로 H_0 를 기각한다.

④ 유의수준 5%, 1% 모두에서 이 회사의 주장이 옳다고 할 수 없다.

7.11

$$\textcircled{1} H_0 : \mu_S = \mu_Q$$

$$H_1 : \mu_S \neq \mu_Q$$

$$\textcircled{2} \bar{x}_S \approx 24.33, \bar{x}_Q \approx 15.83$$

검정통계량 :

$$|Z_0| = \left| \frac{\bar{x}_S - \bar{x}_Q}{\sqrt{\frac{\sigma_S^2}{n_S} + \frac{\sigma_Q^2}{n_Q}}} \right| = \frac{24.33 - 15.83}{\sqrt{\frac{3^2}{6} + \frac{5^2}{6}}} \approx 3.57$$

$$\textcircled{3} \alpha = 0.05 \text{ 이므로 } z_{0.025} = 1.96 \text{ 이다.}$$

④ $|Z_0| = 3.57 > z_{0.025} = 1.96$ 이므로 H_0 를 기각한다. 따라서 두 회사의 제품의 평균에 차이가 있다고 할 수 있다.

7.13

$$\textcircled{1} H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

$$\textcircled{2} \bar{x}_A = 57300, \bar{x}_B = 56100$$

검정통계량 :

$$|Z_0| = \left| \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} \right| = \frac{57300 - 56100}{\sqrt{\frac{3550^2}{36} + \frac{3800^2}{36}}} \approx 1.3846$$

$$\textcircled{3} \alpha = 0.05 \text{ 이므로 } z_{0.025} = 1.96 \text{ 이다.}$$

④ $|Z_0| = 1.3846 < z_{0.025} = 1.96$ 이므로 H_0 를 기각시키지 못한다. 따라서 두 회사의 제품의 평균에 차이가 있다고 말할 수 없다.

7.15

① $H_0 : p_1 = p_2$

$H_1 : p_1 < p_2$

② $\hat{p}_1 = \frac{35}{1,000} = 0.035, \hat{p}_2 = \frac{43}{1,000} = 0.043$

$\hat{p} = \frac{35+43}{1,000+1,000} = 0.039$

검정통계량 : $Z_0 = \frac{0.035 - 0.043}{\sqrt{0.039(1-0.039)\left(\frac{1}{1,000} + \frac{1}{1,000}\right)}} \approx -0.924$

③ $\alpha = 0.05$ 이므로, $-z_{0.05} = -1.645$ 이다.

④ $Z_0 = -0.924 > -z_{0.05} = -1.645$ 이므로 H_0 를 기각하지 못한다. 따라서 B공정의 결점률이 A공정보다 높다고 할 수 없다.

7.17

(a)

① $H_0 : p = 0.414$

$H_1 : p \neq 0.414$

② $\hat{p} = \frac{43501}{105237} \approx 0.4134$

검정통계량 : $|Z_0| = \left| \frac{0.414 - 0.4134}{\sqrt{\frac{0.414 \times 0.586}{105237}}} \right| \approx 0.3952$

③ $\alpha = 0.1$ 이므로, $z_{0.05} = 1.645$ 이다.

④ $|Z_0| = 0.3952 < z_{0.05} = 1.645$ 이므로 H_0 를 기각하지 못한다. 따라서 발표 자료가 타당하다고 할 수 있다.

(b)

① $H_0 : p_m = p_f$

$H_1 : p_m < p_f$

② $\hat{p}_m \approx 0.39, \hat{p}_f \approx 0.44$

$\hat{p} = \frac{43501}{105237} \approx 0.4134$

검정통계량 : $Z_0 = \frac{0.39 - 0.44}{\sqrt{0.4134(1-0.4134)\left(\frac{1}{58307} + \frac{1}{46930}\right)}} \approx -16.373$

③ $\alpha = 0.05$ 이므로, $-z_{0.05} = -1.645$ 이다.

④ $Z_0 = -16.373 < -z_{0.05} = -1.645$ 이므로 H_0 를 기각한다. 따라서 여자가 남자보다 5년 이상 생존할 가능성이 높다고 할 수 있다.

7.19

① $H_0 : p = 0.68$

$H_1 : p \neq 0.68$

② $\hat{p} = \frac{258}{400} = 0.645$

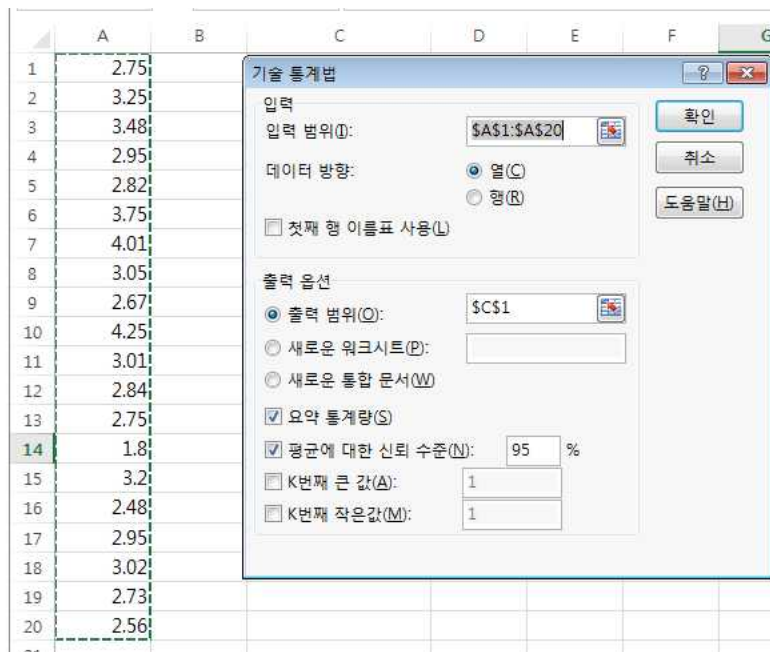
검정통계량 : $|Z_0| = \left| \frac{0.645 - 0.68}{\sqrt{\frac{0.645 \times 0.355}{400}}} \right| \approx 1.463$

③ $\alpha = 0.05$ 에서 기각역은 $|Z_0| \geq z_{0.025} = 1.96$ 이다.

④ $|Z_0| = 1.463 < z_{0.025} = 1.96$ 이므로 H_0 를 기각하지 못한다. 따라서 만족율이 유지되고 있다고 할 수 있다.

7.21

자료를 아래와 같이 입력하고 일표본에 대한 검정은 엑셀을 이용하여 직접 수행할 수 없으므로 [데이터분석]⇒[기술통계법]을 이용하여 신뢰구간을 구한 후 이를 이용한다.



이때 출력결과를 보면 다음과 같다.

Column1	
평균	3.016
표준 오차	0.123007
중앙값	2.95
최빈값	2.75
표준 편차	0.550104
분산	0.302615
첨도	1.17926
왜도	0.426028
범위	2.45
최소값	1.8
최대값	4.25
합	60.32
관측수	20
신뢰 수준(90.0%)	0.212696
신뢰 수준(99.0%)	0.351915

이를 보면 평균에 대한 90% 신뢰구간은 $3.016 \pm 0.212696 = (2.8033, 3.2287)$ 이고, 99%신뢰구간은 $3.016 \pm 0.351915 = (2.6641, 3.3679)$ 이다. 따라서 평균 3을 모두 포함하고 있으므로 유의수준 1% 또는 10% 일 때 모두 귀무가설 $H_0 : \mu = 3$ 을 기각시키지 못한다.

7.23

다음과 같이 [데이터분석]⇒[기술통계법]을 이용한다. 이때 신뢰수준은 90%를 구한다.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with data in column A (rows 1-20). A dialog box titled '기술 통계법' (Technical Statistics) is open. The '입력' (Input) section shows '입력 범위(I):' as '\$A\$1:\$A\$20'. The '데이터 방향' (Data Direction) is set to '열(C)' (Column). The '첫째 행 이틀표 사용(L)' checkbox is unchecked. The '출력 옵션' (Output Options) section has '출력 범위(O):' set to '\$C\$1'. The '새로운 워크시트(P)' and '새로운 통합 문서(W)' options are unchecked. The '요약 통계량(S)' checkbox is checked. The '평균에 대한 신뢰 수준(N):' is set to '90 %'. The 'K번째 큰 값(A):' and 'K번째 작은값(M):' are both set to '1'. The dialog box has buttons for '확인' (OK), '취소' (Cancel), and '도움말(H)' (Help).

그러면 다음과 같은 출력결과를 얻는다.

Column1	
평균	925.45
표준 오차	18.28423
중앙값	910.5
최빈값	#N/A
표준 편차	81.76956
분산	6686.261
첨도	2.186656
왜도	1.216315
범위	362
최소값	786
최대값	1148
합	18509
관측수	20
신뢰 수준(90.0%)	31.61586

따라서 평균에 대한 90% 신뢰구간을 구하면 (893.83 957.07)이고 이 구간은 886천원을 포함하지 않으므로 귀무가설을 기각시킨다. 즉, 가정용 연료비가 886천원을 상회한다고 할 수 있다.

7.25

유의확률(p-값)이 0.003으로 유의수준 0.01보다 작으므로 귀무가설을 기각시킨다. 즉, 약의 부작용으로 혈압강하 효과가 있다고 할 수 있다.