

---

MSE, 이공계생을 위한 확률과 통계

## [연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 안승철과 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

## Chapter 02 연습문제 해답

### 2.1

$$(a) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$(b) P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$(c) P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$(d) P(B^c | A^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(A^c)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - \frac{7}{12}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{6}$$

### 2.3

주사위 두 개를 던질 때의 표본공간은  $\{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$  이다.

(a) 나타난 눈의 합이 3 이하인 경우는  $\{(1,1), (1,2), (2,1)\}$  이므로, 구하는 확률은

$$p = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ 이다.}$$

(b) 두 개 모두 같은 눈이 나오는 경우는

$\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$  이므로 구하는 확률은

$$p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ 이다.}$$

(c) 나타난 눈의 합이 8인 경우는

$\{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$  이고, 주사위 하나의 눈이 4가 나오는 경우는

$\{(4,4)\}$  이므로, 구하는 확률은  $p = \frac{1}{36}$  이다.

(d) 첫 번째 던진 주사위의 눈의 수와 두 번째 주사위의 눈의 수의 합이 8일 사상을  $A$  라 하고, 두 주사위의 눈의 수가 같을 사상을  $B$ 라 하면,

$$A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$$

$$B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

이므로,  $P(A) = \frac{5}{36}$ ,  $P(B) = \frac{6}{36}$  이다.

또한,  $A \cap B = \{(4,4)\}$  이므로  $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$  이다. 따라서, 구하는 조건부 확률  $P(B | A)$ 는 다음과 같다.

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}$$

## 2.5

$$P(\text{뒷면}) = p, P(\text{앞면}) = 2p, P(\text{전체}) = P(\text{뒷면}) + P(\text{앞면}) = 3p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

따라서, 주어진 조건에 의해  $P(\text{앞면}) = \frac{2}{3}$ ,  $P(\text{뒷면}) = \frac{1}{3}$  이다.

## 2.7

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\Rightarrow 0.6 = 0.4P(B)$$

$$\Rightarrow P(B) = 0.2$$

## 2.9

$A \subset B$ 이므로  $P(A) = P(A \cap B)$ 이다.

$$\therefore P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

### 2.11

$$P(A \cap B) = P(B)P(A | B) = 0.6 \times 0.2 = 0.12 \text{ 이므로}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.4} = 0.3 \text{ 이다.}$$

### 2.13

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B^c) &= P\{(A \cup B)^c\} \\ &= 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A \cap B)\} \end{aligned}$$

에서  $A, B$ 가 독립이므로

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B^c) &= 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) \\ &= \{1 - P(A)\} \{1 - P(B)\} \\ &= P(A^c)P(B^c) \end{aligned}$$

이 성립된다. 따라서  $A^c$ 와  $B^c$ 는 독립이다.

### 2.15

$A, B, C$ 가 이길 사건을 각각  $A, B, C$ 라 하면

$$P(A) = 2P(B), P(B) = 2P(C) \text{ 이므로, } P(A) = 4P(C) \text{ 가 된다.}$$

$$P(C) = p \text{ 라 하면, } P(A) = 4p, P(B) = 2p \text{ 이므로}$$

$$4p + 2p + p = 1 \text{ 에서 } p = \frac{1}{7} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } P(A) = \frac{4}{7}, P(B) = \frac{2}{7}, P(C) = \frac{1}{7} \text{ 이다.}$$

### 2.17

$$\text{첫 번째 뽑은 구슬이 붉은 색일 확률 : } \frac{7}{10}$$

$$\text{두 번째 뽑은 구슬이 붉은 색일 확률 : } \frac{6}{9}$$

$$\text{세 번째 뽑은 구슬이 흰색일 확률 : } \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서, 곱셈 공식에 의하여 } p = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{7}{40} \text{ 이다.}$$

### 2.19

(a) 전체 진공관 10개 중에서 3개를 추출하는 경우의 수는  $_{10}C_3$  이고, 10개 중 4개가 불량품이므로 양품이 나올 수 있는 것은 6개 중 3개를 추출하는 경우만 가능하므로  $_6C_3$  이 된다.

따라서 불량품이 하나도 나오지 않을 확률은  $p = \frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$  이 된다.

(b) 불량품 4개 중에서 2개를 추출하고 나머지 양품 6개 중에서 1개를 추출하는 경우의 수는  $_4C_2 \times {}_6C_1$  이다. 그러므로 구하고자 하는 확률은  $p = \frac{{}_4C_2 \times {}_6C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$  이다.

### 2.21

불량품이 나오는 사상을  $X$ 라 하면, 베이즈 정리에 의해 구하는 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P(A | X) &= \frac{P(A)P(X | A)}{P(A)P(X | A) + P(B)P(X | B)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{10}}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10}} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

### 2.23

처음 꺼낸 퓨즈가 불량일 사건을  $A$ , 두 번째 꺼낸 퓨즈가 불량일 사건을  $B$ 라고 하자. 그러면  $A \cap B$ 는 추출된 2개의 퓨즈가 모두 불량일 사건이다.

처음 추출된 퓨즈가 불량일 확률은  $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$  이다. 그리고 처음에 불량 퓨즈가 나왔다면 상자 안에는 19개의 퓨즈가 들어 있게 되고, 이 중 4개가 불량 퓨즈이다. 즉, 두 번째 추출된 퓨즈가 불량일 확률은 처음에 추출된 퓨즈를 제외해야 하므로  $P(B | A) = \frac{4}{19}$  이다. 따라서 구하고자 하는 확률은 다음과 같다.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{19} = \frac{1}{19}$$

### 2.25

$A$ 와  $B$ 를 각각 소방펌프와 구급차가 가동될 사건이라 하자. 그러면 두 가지가 동시에 가동될 확률은 다음과 같다.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.92 \times 0.98 = 0.9016$$