

MSE, 미적분학

[연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

Chapter 08 연습문제 답안

《Section 8.1》

1. (a) $(-1)^3 \frac{1}{7} + (-1)^4 \frac{1}{9} + (-1)^5 \frac{1}{11}$

(b) $a_1 + 4a_2 + 9a_3$

2. (a) 발산

(b) 발산

3. (a) $S_n \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$

(b) $S_n \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$

4. $(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots$
 급수의 합 = 1

5. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots, 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$

6. 100

《Section 8.2》

1. $-\frac{6}{7}$

2. $\frac{1}{5}$

3. ∞

4. ∞

5. $\frac{1}{48}$

6. $\frac{9}{20}$

7. $\frac{1}{9}$

8. $\tan^2 \theta$

9. $\frac{\pi}{(\pi^2 - 1)}$

《Section 8.3》

1. (a) F (b) F (c) T (d) F

2. (a) $n \rightarrow \infty$ (b) $n \rightarrow \infty$

3. (a) 수렴
 (b) 수렴
 (c) 발산
 (d) 수렴
 (e) 수렴
 (f) 수렴
 (g) 발산
 (h) 발산
 (i) 발산
 (j) 수렴
 (k) 수렴
 (l) 수렴
 (m) 수렴
 (n) 수렴
 (o) 수렴
 (p) 수렴
 (q) 수렴

4. (a) 발산
 (b) 수렴
 (c) 수렴
 (d) 발산

《Section 8.4》

1. 수렴
2. 수렴
3. 발산
4. 발산
5. 발산
6. 발산
7. 수렴
8. 발산
9. 수렴
10. 수렴
11. 발산
12. 발산
13. 발산
14. 수렴
15. 수렴
16. 수렴
17. 수렴

- 18. 수렴
- 19. 수렴
- 20. 발산
- 21. 수렴
- 22. 수렴
- 23. 발산
- 24. 발산
- 25. 수렴
- 26. 수렴
- 27. 수렴
- 28. 발산
- 29. 수렴
- 30. 발산
- 31. 발산
- 32. 수렴
- 33. 수렴
- 34. 수렴
- 35. 발산

36. (a) 발산

(b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$

37. (a) $\sum a_n = \sum 1/n^2$ 이라면, $\sum na_n = \sum 1/n$ 은 발산
 $\sum a_n = \sum 1/n^3$ 이라면, $\sum na_n = \sum 1/n^2$ 은 수렴

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)a_{n+1}}{na_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ (수렴)

《Section 8.5》

1. 추정 오차 $= \frac{1}{\sqrt{n}}$, 작은 값
2. (a) $\frac{1}{n!}$ (작은 값)
(b) $\frac{1}{n^n}$ (작은 값)
3. (a) 거짓
(b) 참
4. (a) $\frac{n^2}{n!}$, 수렴
(b) $\frac{n!}{n^n}$, 발산
(c) $\frac{1}{n \ln n}$, 수렴
(d) $\frac{2n}{n^2 + 4}$, 수렴
(e) 수렴
(f) 발산
(g) $\frac{\sqrt{n-1}}{n}$, 수렴
5. (a) 참
(b) 거짓
6. (a) 수렴
(b) $p > 1$ 일 때 절대 수렴
7. (a) 조건부 수렴
(b) 절대 수렴
8. (a) 조건부 수렴 또는 발산
(b) 조건부 수렴

9. (a) 발산
 (b) 알 수 없다.
10. (a) 절대 수렴
 (b) 절대 수렴
11. (a) 절대 수렴
 (b) 절대 수렴

《Section 8.6》

1. $|x| < 1$

2. $|x| < 3$

3. $x = 0$

4. $(-\infty, \infty)$

5. $-1 < x < 1$

6. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

7. $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$

《Section 8.7》

1.
 - (a) $1 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3^2 2!}x^2 + \frac{2 \cdot 5}{3^3 3!}x^3 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3^4 4!}x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (b) $x + x^2 + x^3 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (c) $1 - 3x + \frac{3 \cdot 4}{2!}x^2 - \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{3!}x^3 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (d) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2}x + \frac{3^2}{2^3}x^2 + \frac{3^3}{2^4}x^3 + \dots \quad (-\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3})$
 - (e) $\frac{1}{3^6} - \frac{6}{3^7}x + \frac{6 \cdot 7}{3^8 2!}x^2 - \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3^9 3!}x^3 + \dots \quad (-3 < x < 3)$
 - (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}(3^n - 1)x^n \quad (-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3})$
 - (g) $-\frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2}x + (\frac{1}{2}x)^2 + \dots) \quad (-2 < x < 2)$
 - (h) $\ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{x^3}{2^3 \cdot 3} - \frac{x^4}{2^4 \cdot 4} + \dots \quad (-2 < x < 2)$

2.

$$1 + \frac{1}{2}(-3x^2) + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})}{2!}(-3x^2)^2 + \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{3!}(-3x^2)^3 + \dots$$

$$(x^2 < \frac{1}{3})$$

x^{34} 가 포함되는 항 : $-\frac{3^{17} \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2n-3)}{2^n n!}x^{2n}$

급수 : $1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot 1 \cdot 3 \cdots (2n-3)}{2^n n!}x^{2n}$

3.
 - (a) $1 + x^2 + x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (b) $1 + x^2 + x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (c) $1 + x^2 + x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (d) $1 + x^2 + x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (e) $1 + x^2 + x^4 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
4.
 - (a) $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \quad (-1 < x < 1)$
 - (b) $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \quad (-1 < x < 1)$

5.
 - (a) $C + x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad (-1 < x < 1)$

(b) $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots \quad (-1 < x < 1)$

6. $x/(1-x)^2$

7. (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^{n-1}} x^n$

(b) $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} + \cdots$

(c) $-2\ln\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$

8. (a) $4\left(1 + \frac{3}{16}\right)^{1/2} = 4 + 4(0.09375) - (4.0043945) + \cdots$

(b) 수렴 구간이 $-1 < x < 1$ 이나, 현재 $x = 18$ 이므로 수렴 구간을 벗어났음.

《Section 8.8》

1. $1 + qx + \frac{q(q-1)}{2!}x^2 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!}x^3 + \dots$

2. $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \dots$

3. (a) $x + x^3/3! + x^5/5! + \dots$ (모든 x 에 대해 수렴)

(b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2}x + \frac{2^2}{3^3}x^2 + \dots$ ($-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$)

4. $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n+1} / (2n+1)!$
 $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} / (2n)!$

5. (a) $1 - \frac{3^2}{2!}x^2 + \frac{3^4}{4!}x^4 - \frac{3^6}{6!}x^6 + \dots$ (모든 x)

(b) $x^4 - x^6/3! + x^8/5! - \dots$ (모든 x)

(c) $1 + 4x + \frac{4^2}{2!}x^2 + \frac{4^3}{3!}x^3 + \dots$ (모든 x)

6. $\frac{2}{2!}x^2 - \frac{2^3}{4!}x^4 + \frac{2^5}{6!}x^6 - \dots$ (모든 x)

7. $\frac{|x|^2}{(2n+2)(2n+1)}$ (모든 x)

8. $-x + x^3/3! - x^5/5! = -\sin x$

9. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$

10. $\sin 1 = 1 - 1/3! + 1/5! - 1/7! + \dots$

11. (a) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{10}$ (근삿값보다 큰 값)

(b) $\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{20}{10}\left(\frac{1}{3}\right)^5 - \dots$ (근삿값보다 작은 값)

12. (a) 2

(b) 1

13. e

《Section 8.10》

1. $\frac{1}{3}|x-4| < 1$

2. (a) $x = -8$

(b) $x < 0$

3. (a) $(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \dots$
 $(0 < x < 2)$

(b) $-(x-\pi) + (x-\pi)^3/3! - (x-\pi)^5/5! + \dots$
 $(\text{모든 } x)$

(c) $e + e(x-1) + \frac{e}{2!}(x-1)^2 + \frac{e}{3!}(x-1)^3 + \dots$
 $(\text{모든 } x)$

(d) $-\frac{1}{5} + (x+1)/5^2 - (x+1)^2/5^3 + (x+1)^3/5^4 - \dots$
 $(-6 < x < 4)$

(e) $-\frac{1}{2} - (x+2)/2^2 - (x+2)^2/2^3 - (x+2)^3/2^4 - \dots$
 $(-4 < x < 0)$

(f) $3 + \frac{1}{2 \cdot 3}(x-9) - \frac{1}{3^2 2^2 2!}(x-9)^2 + \frac{3}{3^5 2^3 3!}(x-9)^3 - \frac{3 \cdot 5}{3^7 2^4 4!} + \dots$
 $(0 < x < 18)$

(g) $\frac{1}{9^5} - \frac{5}{9^6}(x-1) + \frac{5 \cdot 6}{9^7 2!}(x-1)^2 - \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{9^8 3!}(x-1)^3 + \dots$
 $(-8 < x < 10)$

(h) $-1 + \frac{2^2}{2!}(x + \frac{1}{2}\pi)^2 - \frac{2^4}{4!}(x + \frac{1}{2}\pi)^4 + \frac{2^6}{6!}(x + \frac{1}{2}\pi)^6 - \dots$
 $(\text{모든 } x)$

(i) $\ln 6 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{2^2 \cdot 2}(x-2)^2 + \frac{1}{2^3 \cdot 3}(x-2)^3 - \frac{1}{2^4 \cdot 4}(x-2)^4 + \dots$
 $(0 < x < 4)$

(j) $-\frac{1}{7} - \frac{2}{7^2}(x+4) - \frac{2^2}{7^3}(x+4)^2 - \dots$
 $(-\frac{15}{2} < x < \frac{1}{2})$

《복습문제》

1. (a) 수렴
 (b) 수렴
 (c) 발산
 (d) 발산
 (e) 발산
 (f) 수렴
 (g) 발산
 (h) 수렴
 (i) 발산
 (j) 수렴
 (k) 수렴
 (l) 수렴
 (m) 발산

2. $\frac{1}{9^5 - 9^3}$

3. $2^8/8!$, 작은 값

4. (a) 수렴
 (b) 발산

5. (a) 수렴
 (b) 수렴 또는 발산

6. $e^{a_n} \rightarrow 0, a_n \rightarrow -\infty$

7. (a) $\sum a_n, \sum b_n = 1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{3} + \dots$ (수렴)
 $\sum a_n b_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ (발산)
 (b) $\sum b_n$ 이 수렴하면 $b_n \rightarrow 0$
 $a_n b_n < a_n, \sum a_n b_n$ 도 수렴

8. $-4 < x < 4$

9. (a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2}x + \frac{1}{3^3}x^2 + \frac{1}{3^4}x^3 + \dots (-3 < x < 3)$
 (b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2}x + \frac{1}{3^3}x^2 + \frac{1}{3^4}x^3 + \dots (-3 < x < 3)$
 (c) $1 - 6x + \frac{(-6)(-7)}{2!}x^2 + \frac{(-6)(-7)(-8)}{3!}x^3 + \dots (-1 < x < 1)$
 (d) $1 + (-x^6) + (-x^6)^2 + (-x^6)^3 + \dots (-1 < x < 1)$
10. $f(x) = x^2e^x, f'(x) = x^2e^x + 2xe^x, f''(x) = x^2e^x + 4xe^x + 2e^x$
11. $\frac{1}{2}$
12. (a) $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) + \frac{1}{2 \cdot 2!}\sqrt{2}\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 3!}\sqrt{2}\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)^3 + \dots$
 (모든 x)
 (b) $2 + \frac{2}{3 \cdot 8}(x-8) - \frac{2 \cdot 2}{3^2 2! 8^2}(x-8)^2 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 5}{3^3 3! 8^3}(x-8)^3 - \dots$
 ($0 < x < 16$)
13. $\frac{1}{5!19}, \text{ 큰 값}$
14. $x + \frac{1}{2 \cdot 3}x^3 + \frac{3}{2^2 2! 5}x^5 + \frac{3 \cdot 5}{2^3 3! 7}x^7 + \dots$