## 1.1 연습문제

**1.**

$$|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|$$

풀이 $a=1$일 때, $|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|=0+1+2+3+4=10$
$a=2$일 때, $|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|=1+0+1+2+3=7$
$a=3$일 때, $|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|=2+1+0+1+2=6$
$a=4$일 때, $|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|=3+2+1+0+1=7$
$a=5$일 때, $|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|=4+3+2+1+0=10$
이므로 $M=10$, $m=6$이므로 $M+m=16$이다.

**3.**

풀이 $0<a<b<c$을 만족하는 수를 $a=1, b=2, c=3$이라 하면,

$$A=\frac{a}{c}=\frac{1}{3},\ B=\frac{a+b}{b+c}=\frac{3}{5},\ C=\frac{a-c}{c-a}=-\frac{2}{3}$$

이므로 $C<A<B$이다.

**5.**

풀이 $1<a=\sqrt{2}<2$이므로 $a-1>0$, $1-a<0$이다. 그러므로

$$|a-1|+|1-a|=(a-1)-(1-a)=2a+2=2+2\sqrt{2}$$

이다.

**7.**

풀이 $1<a<2$이므로 $a-3<0$, $a-1>0$, $a-2<0$, $a+3>0$이므로
$|a-3|-|a-1|-|a-2|+|a+3|=-(a-3)-(a-1)+(a-2)+(a+3)=5$
이다.

**9.**

풀이 $1<a<2$이므로 $a-1>0$이고, 따라서 $\sqrt{(a-1)^2}=a-1$이다. 그러므로

$$\sqrt{(a-1)^2}-1=(a-1)-1=a-2$$

이고, $a-2<0$이므로 $\sqrt{\left(\sqrt{(a-1)^2}-1\right)^2}=\sqrt{(a-2)^2}=-(a-2)$이다. 따라서

$$\sqrt{\left(\sqrt{(a-1)^2}-1\right)^2}-|a-2|=-(a-2)-\{-(a-2)\}=0$$

이다.

**11.** 등식 $(a-b)+(a+b)\sqrt{3}=5+2\sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 $a$와 $b$를 구하여라.

풀이 $(a-b)+(a+b)\sqrt{3}=5+2\sqrt{3}$ 이므로 연립방정식 $a-b=5$, $a+b=2$를 얻는다. 따라서 $a=\frac{7}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$이다.

## 1.2 연습문제

**1.**

풀이 (a) $\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{-5}}{\sqrt{-3}\sqrt{-4}}=\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{5}\,i}{\sqrt{3}\,i\sqrt{4}\,i}=-\dfrac{\sqrt{10}\,i}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{30}}{6}i$

(b) $\dfrac{\sqrt{-36}}{\sqrt{-9}}+\sqrt{-256}=\dfrac{\sqrt{36}\,i}{\sqrt{9}\,i}+\sqrt{256}\,i=\dfrac{6}{3}+16i=2+16i$

**3.**

풀이 (a) $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}=\dfrac{a}{a^2+b^2}-\dfrac{bi}{a^2+b^2}$이므로 $\mathrm{Re}(1/z)=\dfrac{a}{a^2+b^2}$이다.

(b) $z^2+i=(a+bi)^2+i=a^2-b^2+2abi+i=a^2-b^2+(2ab+1)i$이므로
$\mathrm{Im}(z^2+i)=2ab+1$이다.

(c) $z^2+\overline{z^2}=(a+bi)^2+\overline{(a+bi)^2}=(a^2-b^2)+2abi+\overline{(a^2-b^2)+2abi}=2(a^2-b^2)$이므로
$\mathrm{Im}\left(z^2+\overline{z^2}\right)=0$이다.

(d) $z-2+3i=(a+bi)-2+3i=(a-2)+(b+3)i$이므로
$|z-2+3i|=\sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}$ 이다.

**5.**

풀이 (a) $a-2=3,\ b+1=-1$이므로 $a=5,\ b=-2$이다.

(b) $a+1=0,\ a+b-1=0$이므로 $a=-1,\ b=2$이다.

(c) $\dfrac{a}{1-i}+\dfrac{b}{1+i}=\dfrac{a(1+i)+b(1-i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{a+b+(a-b)i}{2}=2-i$이므로
$a+b+(a-b)=4-2i$이고, 따라서 $a=1,\ b=3$이다.

(d) $\dfrac{a}{1+i}+\dfrac{b}{1-i}=\dfrac{a(1-i)+b(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{a+b+(-a+b)i}{2}=3$이므로
$a+b+(-a+b)i=6$이고, 따라서 $a=b=3$이다.

**7.**

풀이 $z=\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)(1+i)}{2}=\dfrac{2i}{2}=i$이므로 $z^2=-1,\ z^3=-i,\ z^4=1$이고
따라서 $z+z^2+z^3+z^4=0$이다. 그러므로

$$\begin{aligned}&1+(z+z^2+z^3+z^4)+\cdots+z^{2008}(z+z^2+z^3+z^4)+z^{2013}+z^{2014}+z^{2015}\\&=1+z^{2013}+z^{2014}+z^{2015}=1+z^{2012}(z+z^2+z^3)\\&=1+(z^4)^{504}(i+i^2+i^3)=1+(i-1-i)=1-1=0\end{aligned}$$

이다.

**9.**

풀이 (a) 준식 $= i - i^2 + i^3 - i^4 + i^5 - i^6 + i^7 - i^8$

$= i - (-1) - i - 1 + i - (-1) - i - 1 = 0$

(b) 준식 $= i - 2i^2 + 3i^3 - 4i^4 + 5i^5 - 6i^6 + 7i^7 - 8i^8$

$= (i + 2 - 3i - 4) + (5i + 6 - 7i - 8) = -4 - 4i$

**11.**

풀이 $P_1 = (1+i)i = -1 + i,\ P_2 = (1+i)i^2 = (1+i) \cdot (-1) = -1 - i,$

$P_3 = (1+i)i^3 = (1+i)(-i) = 1 - i,\ P_4 = (1+i)i^4 = (1+i) \cdot 1 = 1 + i$

이므로 각 꼭짓점은 $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$이고,

이 사각형은 한 변의 길이가 2인 정사각형이므로 구하고자 하는 넓이는 4이다.

## 1.3 연습문제

**1.**

풀이 (a) $A(x)+B(x)=(x^2-5x+6)+(x^2+x-2)=(x^2+x^2)+(-5x+x)+(6-2)$

$$=2x^2-4x+4$$

$$A(x)-B(x)=(x^2-5x+6)-(x^2+x-2)=(x^2-x^2)+(-5x-x)+(6+2)$$

$$=-6x+8$$

(b) $A(x)+B(x)=(x^3-3x^2-6x+8)+(x^3+3x-4)=2x^3-3x^2-3x+4$

$$A(x)-B(x)=(x^3-3x^2-6x+8)-(x^3+3x-4)=-3x^2-9x+12$$

(c) $A(x,\ y)=(x+y-2)^2=x^2+y^2+2xy-4x-4y+4$

$$B(x,\ y)=(x-2y+3)^2=x^2+4y^2-4xy+6x-12y+9$$

이므로

$$A(x,\ y)+B(x,\ y)=(x^2+y^2+2xy-4x-4y+4)+(x^2+4y^2-4xy+6x-12y+9)$$

$$=2x^2+5y^2-2xy+2x-16y+13$$

$$A(x,\ y)-B(x,\ y)=(x^2+y^2+2xy-4x-4y+4)-(x^2+4y^2-4xy+6x-12y+9)$$

$$=-3y^2+6xy-10x+8y-5$$

(d) $A(x,\ y)=x^2+y^2+2xy+2x+2y-3$

$$B(x,\ y)=x^2+y^2-2xy-2x+2y+1$$

이므로

$$A(x,\ y)+B(x,\ y)=(x^2+y^2+2xy+2x+2y-3)+(x^2+y^2-2xy-2x+2y+1)$$

$$=2x^{2+2y^2}+4y-2$$

$$A(x,\ y)-B(x,\ y)=(x^2+y^2+2xy+2x+2y-3)-(x^2+y^2-2xy-2x+2y+1)$$

$$=4xy+4x-4$$

**3.**

풀이 (a) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=2^2-2\cdot 1=2$

(b) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=3^3-3\cdot(-2)\cdot 3=45$

(c) $a^3-\dfrac{1}{a^3}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^3+3a\cdot\dfrac{1}{a}\left(a-\dfrac{1}{a}\right)=3^3+3\cdot 3=36$

(d) $(a+b)^2=16$이고 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=6+2ab$이므로 $6+2ab=16$,
즉 $ab=5$이다. 그러므로 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=4^3-3\cdot 5\cdot 4=4$이다.

**5.**

풀이 (a) $a^4-5a^2+4=(a^2)^2-5(a^2)+4=\{(a^2)-1\}\{(a^2)-4\}$

$$=(a^2-1)(a^2-2^2)=(a-1)(a+1)(a-2)(a+2)$$

(b) $a^2+ab-(2b^2+3b+1)=a^2+ab-(2b+1)(b+1)=(a+2b+1)(a-b-1)$

(c) $t=a+b$라 하면, 준식 $=t^2+2t-3=(t-1)(t+3)=(a+b-1)(a+b+3)$

(d) $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

$$=(a-b)^3+b^3-3b^2c+3bc^2-c^3+c^3-3c^2a+3ca^2-a^3$$

$$=(a-b)^3-(a^3-b^3)+3c(a^2-b^2)-3c^2(a-b)$$

$$=(a-b)^3-(a-b)(a^2+ab+b^2)+3c(a-b)(a+b)-3c^2(a-b)$$

$$=(a-b)\{a^2-2ab+b^2-a^2-ab-b^2+3c(a+b)-3c^2\}$$

$$=(a-b)\{-3ab+3(a+b)c-3c^2\}=-3(a-b)\{c^2-(a+b)c+ab\}$$

$$=-3(a-b)(c-a)(c-b)=3(a-b)(b-c)(c-a)$$

**7.**

풀이 (a) $A(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 하면, $A(-1)=0$, $A(2)=0$, $A(3)=0$이므로

$$x^3-4x^2+x+6=(x+1)(x-2)(x-3)$$

(b) $A(x)=2x^3-5x^2-4x+3$이라 하면, $A(-1)=0$, $A(3)=0$이므로

$$2x^3-5x^2-4x+3=(x+1)(x-3)(px+q)$$

이다. 2차 항과 상수항의 계수를 비교하면, $p=2$, $q=-1$이므로

$$2x^3-5x^2-4x+3=(x+1)(x-3)(2x-1)$$

(c) $A(x)=x^4-2x^2+3x-2$라 하면, $A(-2)=0$, $A(1)=0$이므로

$$A(x)=x^4-2x^2+3x-2=(x+2)(x-1)(px^2+qx+r)$$

이다. 4차 항과 상수항을 비교하면, $p=1$, $-2=-2r$ 즉, $r=1$이다.

$$x^4-2x^2+3x-2=(x+2)(x-1)(x^2+qx+1)$$

이므로 1차 항을 비교하면, $3x=-x+2x-2qx$이므로 $q=-1$이고, 따라서 주어진 식은 다음과 같이 인수분해 된다.

$$x^4-2x^2+3x-2=(x+2)(x-1)(x^2-x+1)$$

(d) 주어진 식을 전개하여
$A(x)=(x+1)^3-(2x-1)^3+(x-2)^3=-3(2x^3-3x^2-3x+2)$라 하면,

$A(-1)=0$, $A(2)=0$이므로

$$2x^3-3x^2-3x+2=(x+1)(x-2)(px+q)$$

3차 항과 상수항을 비교하면, $p=2$, $2=-2q$ 즉, $q=-1$이다. 따라서 주어진 식은 다음과 같이 인수분해 된다.

$$-3(2x^3-3x^2-3x+2)=-3(x+1)(x-2)(2x-1)$$

**9.**

풀이 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)+1$

$$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1$$

$$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+25$$

$$=\{(x^2+5x)+5\}^2=(x^2+5x+5)^2$$

이므로 $a=b=5$이다.

**11.**

풀이 $(a+b+c)(a-b+c)=(a+b-c)(-a+b+c)$,

$$(a+c+b)(a+c-b)=[b+(a-c)]\,[b-(a-c)],$$

$(a+c)^2-b^2=b^2-(a-c)^2$, $a^2+2ac+c^2-b^2=b^2-a^2+2ac-c^2$, $2a^2+2c^2=2b^2$,

$a^2+c^2=b^2$이므로 $b$가 빗변인 직각삼각형이다.

## 1.4 연습문제

**1.**

풀이 (a) 양변을 전개하면, $x^2+2x+1=x^2+(a-4)x+4+2a+b$이므로 $a-4=2$, $4+2a+b=1$이다. 그러므로 $a=6$, $b=-15$이다.

(b) $a^2-3=2a$, $b-1=1$이므로 $b=2$이고 $a^2-2a-3=(a-3)(a+1)=0$이므로 $a=3$ 또는 $a=-1$이다.

그러므로 구하고자 하는 $a$, $b$의 쌍은 $(a,b)=(3,2)$, $(-1,2)$이다.

(c) $2x^2-3x-2=ax^2-(a-b)x-bc$이므로 $a=2$, $a-b=3$, $bc=2$이다.
그러므로 $a=2$, $b=-1$, $c=-2$이다.

(d) $a+2b=4$, $b-a=-1$이므로 $a=2$, $b=1$이다.

**3.**

풀이 주어진 근을 $\alpha=1-3i$, 또 다른 근을 $\beta=1+3i$라 하면,

$$\alpha+\beta=(1-3i)+(1+3i)=2,\ \alpha\beta=(1-3i)(1+3i)=10$$

이므로 $\alpha+\beta=-(-a)=a=2$, $\alpha\beta=b=10$이다.

**5.**

풀이 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-6$이므로

(a) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\cdot(-6)=28$

(b) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta=28-2\cdot(-6)=40$이므로 $\alpha-\beta=\pm2\sqrt{10}$

(c) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=4^3-3\cdot(-6)\cdot4=136$이므로

$$\frac{\beta^2}{\alpha}+\frac{\alpha^2}{\beta}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\frac{136}{-6}=-\frac{68}{3}$$

(d) $$\begin{aligned}\alpha^5+\beta^5&=(\alpha^2+\beta^2)(\alpha^3+\beta^3)-\alpha^2\beta^3-\alpha^3\beta^2\\&=(\alpha^2+\beta^2)(\alpha^3+\beta^3)-(\alpha\beta)^2(\alpha+\beta)\\&=28\cdot136-(-6)^2\cdot4=3664\end{aligned}$$

**7.**

풀이 (a) $\omega^{14}+\omega^{13}+1=(\omega^3)^4\cdot\omega^2+(\omega^3)^4\cdot\omega+1=\omega^2+\omega+1=0$

(b) $$\begin{aligned}1+\omega^{99}+2\omega^{47}+2\omega^{10}&=1+(\omega^3)^{33}+2(\omega^3)^{15}\cdot\omega^2+2(\omega^3)^3\cdot\omega=1+1+2\omega^2+2\omega\\&=2(1+\omega+\omega^2)=0\end{aligned}$$

(c) $\omega^{2013}+\dfrac{1}{\omega^{2013}}=(\omega^3)^{671}+\dfrac{1}{(\omega^3)^{671}}=1+1=2$

(d) $\left(\omega+\frac{1}{\omega}\right)+\left(\omega^2+\frac{1}{\omega^2}\right)+\left(\omega^3+\frac{1}{\omega^3}\right)+\left(\omega^4+\frac{1}{\omega^4}\right)=\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4+\frac{1+\omega+\omega^2+\omega^3}{\omega^4}$

$$=(\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega)+\frac{(1+\omega+\omega^2)+\omega^3}{\omega^3\cdot\omega}$$

$$=-1+(1+\omega)+\frac{1}{\omega}=\omega+\frac{1}{\omega}=-1$$

**9.**

풀이 $m$의 값에 관계없이 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식

$$D/4=(m+a-1)^2-(m^2+a^2-2b)=2(a-1)m+(1-2a+2b)=0$$

이어야 한다. 그러므로 $a-1=0$, $1-2a+2b=0$으로부터 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$이다.

# 제1장 연습문제

**1.1**

풀이 가장 안쪽에 있는 수부터 순서적으로 값을 구한다. 우선 $a < e$이므로 $\min(a, e) = a$이고, $a < d$이므로 $\min(d, \min(a, e)) = \min(d, a) = a$이다. 또한 $b < c$이므로 $\min(b, c) = b$이고, $\max(\min(b, c), a) = \max(b, a) = b$이다. 그러므로

$$\max(a, \max(\min(b, c), \min(d, \min(a, e)))) = \max(a, b) = b$$

이다.

**1.3**

풀이 집합 $A$의 모든 원소는 두 제곱수의 합으로 이루어져 있다. 그러므로 $A$ 안의 임의의 두 수를 $x$, $y$라 하면, 이 두 수는 어떤 정수 $n$, $m$과 $l$, $k$에 대하여 각각

$$x = n^2 + m^2,\ y = l^2 + k^2$$

과 같은 형태이다. 이때 $x + y = (n^2 + m^2) + (l^2 + k^2) = n^2 + m^2 + l^2 + k^2$이고, 이 수는 네 개의 제곱수들의 합이므로 $x + y \not\in A$이다. 또한

$x - y = (n^2 + m^2) - (l^2 + k^2) = n^2 + m^2 - l^2 - k^2$이므로 역시 $x - y \not\in A$이다. 그리고

$x \div y = (n^2 + m^2) \div (l^2 + k^2) = \dfrac{n^2 + m^2}{l^2 + k^2} \not\in A$이다. 그러나

$$\begin{aligned} x \cdot y &= (n^2 + m^2) \cdot (l^2 + k^2) = n^2l^2 + n^2k^2 + m^2l^2 + m^2k^2 \\ &= (n^2l^2 + 2nmlk + m^2k^2) + (n^2k^2 - 2nmlk + m^2l^2) \\ &= (nl + mk)^2 + (nk - ml)^2 \end{aligned}$$

이고, $n$, $m$과 $l$, $k$가 정수이므로 $nl + mk$과 $nk - ml$도 정수이다. 따라서 $x \cdot y$는 두 제곱수의 합이므로 $x \cdot y \in A$이고, 집합 $A$는 덧셈에 관하여 닫혀있다.

**1.5**

풀이 $y = \left[\dfrac{4x + 15}{x + 3}\right] + \dfrac{x}{3}$라 하면, $< y > = 5$이므로 $y$보다 크거나 같은 가장 작은 정수가 5이므로 $4 < y \le 5$이다. 즉, $4 < \left[\dfrac{4x + 15}{x + 3}\right] + \dfrac{x}{3} \le 5$을 만족하는 정수 $x$를 구한다.

$x = 1$일 때, $\left[4 + \dfrac{3}{4}\right] + \dfrac{1}{3} = 4 + \dfrac{1}{3}$이므로 조건을 만족한다.

$x = 2$일 때, $\left[4 + \dfrac{3}{5}\right] + \dfrac{2}{3} = 4 + \dfrac{2}{3}$이므로 조건을 만족한다.

$x = 3$일 때, $\left[4 + \dfrac{1}{2}\right] + 1 = 4 + 1 = 5$이므로 조건을 만족한다.

$x = 4$일 때, $\left[4 + \dfrac{3}{7}\right] + \dfrac{4}{3} = 5 + \dfrac{1}{3}$이므로 조건을 만족하지 못한다.

따라서 주어진 조건을 만족하는 양의 정수는 1, 2, 3이며, 이들의 합은 6이다.

**1.7**

풀이 $ab>0$이므로 $a$, $b$는 동일한 부호이고, $a-b>0$, $a+b<0$이므로 $b<a<0$이다.
그러므로

$$\sqrt{a^2}+|3b|-|a+3b|=(-a)+(-3b)+(a+3b)=0$$

이다.

**1.9**

풀이
$$\begin{aligned}\sqrt{2}+\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \sqrt{2}+\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\\ &= \sqrt{2}+\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}\\ &= 2\sqrt{2}+2\sqrt{3}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}\end{aligned}$$

이므로 $a=b=2$이다.

**1.11**

풀이 (a) $z=k(1+i)-3+i=(k-3)+(k+1)i$이므로

$$\begin{aligned}z^2&=((k-3)+(k+1)i)^2=\{(k-3)^2-(k+1)^2\}+2(k-3)(k+1)i\\ &=(-8k+8)+2(k-3)(k+1)i\end{aligned}$$

이다. 따라서 $z^2$이 실수가 되기 위하여 $(k-3)(k+1)=0$이어야 하고, 따라서 $k=3$ 또는 $k=-1$이다.

(b) $z^2$이 실수가 되기 위하여 $-8k+8=0$이어야 하고, 따라서 $k=1$이다.

**1.13**

풀이 $i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$이므로 $1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}=1+\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}=0$이다. 그러므로

$$\begin{aligned}&\left(1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}\right)+\left(\frac{1}{i^4}+\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i^{96}}+\frac{1}{i^{97}}+\frac{1}{i^{98}}+\frac{1}{i^{99}}\right)\\ &=\left(1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}\right)+\frac{1}{i^4}\left(1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}\right)+\cdots+\frac{1}{i^{96}}\left(1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}\right)=0\end{aligned}$$

이므로 $\left(1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\ldots+\frac{1}{i^{99}}\right)^2=0$ 이다.

**1.15**

풀이 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a\le 0$, $b\le 0$이고 $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{c}{b}}$ 이므로 $c\ge 0$, $b<0$이다. 또한 $|c|<|a+b|$ 이므로 $c+a+b<0$이고 따라서 구하고자 하는 값은 다음과 같다.

$$\sqrt{c^2}-|a+b|+\sqrt{(a+b+c)^2}=|c|-|a+b|+|a+b+c|$$
$$=c+a+b-a-b-c=0$$

**1.17**

풀이 우선 $3B-2C$를 먼저 구한다.

$$\begin{aligned}3B-2C&=3(x^2+2xy-2y^2+2x+3)-2(2x^2+y^2-x+2y)\\&=(3x^2+6xy-6y^2+6x+9)-(4x^2+2y^2-2x+4y)\\&=-x^2+6xy-8y^2+8x-4y+9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A-(3B-2C)&=(2x^2+xy-y^2-x+y)-(x^2+6xy-8y^2+8x-4y+9)\\&=3x^2-5xy+7y^2-9x+5y-9\end{aligned}$$

**1.19**

풀이 $(a-b+c)(a+b-c)=[a-(b-c)]\,[a+(b-c)]=a^2-(b-c)^2$

$$=a^2-(b^2+c^2-2bc)=a^2-b^2-c^2+2bc$$

**1.21**

풀이 $a^2+3a+1=0$이므로 $a\neq 0$이고, 따라서 양변을 $a$로 나누면 $a+3+\dfrac{1}{a}=0$ 즉, $a+\dfrac{1}{a}=-3$이다. 따라서 $a^3+\dfrac{1}{a^3}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^3-3a\cdot\dfrac{1}{a}\left(a+\dfrac{1}{a}\right)=(-3)^3-3\cdot(-3)=-18$이다.

**1.23**

풀이

$$\begin{aligned}2013^2-2014^2-2015^2+2016^2&=-(2014^2-2013^2)+(2016^2-2015^2)\\&=-(2014-2013)(2014+2013)+(2016-2015)(2016+2015)\\&=-4027+4031=4\end{aligned}$$

**1.25**

풀이 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1=x(x+3)(x+1)(x+2)+1=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$

$$=(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)+1=(x^2+3x+1)^2$$

이므로 $40\cdot41\cdot42\cdot43+1=(40^2+3\cdot40+1)^2=1721^2$이고, 따라서 구하고자 하는 값은 다음과 같다.

$$\sqrt{40\cdot41\cdot42\cdot43+1}=\sqrt{1721^2}=1721$$

**1.27**

풀이 $t=x^2+3x$라 하면,

준식 $=(t+12)(t-2)+49=t^2+10t+25=(t+5)^2=(x^2+3x+5)^2$

**1.29**

풀이 우선 $(a-b)^3+(b-c)^3$을 먼저 인수분해한다.

$$\begin{aligned}(a-b)^3+(b-c)^3&=[(a-b)+(b-c)][(a-b)^2+(b-c)^2-(a-b)(b-c)]\\&=(a-c)(a^2+3b^2+c^2-3ab-3bc+ac)\end{aligned}$$

그러면

$$\begin{aligned}(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3&=(a-c)(a^2+3b^2+c^2-3ab-3bc+ac)-(a-c)^3\\&=(a-c)[(a^2+3b^2+c^2-3ab-3bc+ac)-(a-c)^2]\\&=(a-c)(3b^2-3ab-3bc+3ac)\\&=3(a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

**1.31**

풀이 $A(x)=x^4-3x^3-3x^2+11x-6$이라 하면, $A(-2)=0$, $A(1)=0$, $A(3)=0$이므로

$$x^4-3x^3-3x^2+11x-6=(x+2)(x-1)(x-3)(px+q)$$

이다. 그러므로 4차 항과 상수항의 계수를 비교하면, $p=1$, $q=1$이고, 따라서 다음을 얻는다.

$$x^4-3x^3-3x^2+11x-6=(x+2)(x-1)^2(x-3)$$

**1.33**

풀이 $(ax-y+b)(x-cy-d)=ax^2-(ac+1)xy+cy^2+(b-ad)x+(d-bc)y-bd$이므로 $x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=(ax-y+b)(x-cy-d)$으로부터 계수를 비교하면, 다음과 같다.

$$a=1,\ ac+1=-5,\ c=4,\ b-ad=1,\ d-bc=2,\ bd=2$$

$a=1$, $c=4$이므로 $b-d=1$, $d-4b=2$이고, 따라서 $b=-1$, $d=-2$이다. 그러므로 $a+b+c+d=2$이다.

**1.35**

풀이 $2x^2-4x-1=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\dfrac{1}{2}$이다. 그러므로

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=2^3-3\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot 2=11$이고, 따라서

$$\frac{\alpha}{\beta^2}+\frac{\beta}{\alpha^2}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{(\alpha\beta)^2}=\frac{11}{(-1/2)^2}=44,\ \frac{\alpha}{\beta^2}\cdot\frac{\beta}{\alpha^2}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-1/2}=-2$$

이므로 구하고자 하는 이차방정식은 $x^2-44x-2=0$이다.

**1.37**

풀이 (a) $\alpha=1-\sqrt{2}$이라 하면, $\beta=1+\sqrt{2}$이므로 $\alpha+\beta=-\frac{a}{1}=-a$, $\alpha\beta=\frac{b}{1}=b$로부터

$a=-(\alpha+\beta)=-2$, $b=\alpha\beta=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-1$이다.

(b) $\alpha=1+2i$이라 하면, $\beta=1-2i$이므로 $\alpha+\beta=-\frac{a}{1}=-a$, $\alpha\beta=\frac{b}{1}=b$로부터

$a=-(\alpha+\beta)=-2$, $b=\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$이다.

**1.39**

풀이 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면, 조건으로부터 $\alpha=-\beta$, $\alpha+\beta=a^2-3a-4=0$, $\alpha\beta=-(a-2)$이므로 $a^2-3a-4=(a-4)(a+1)=0$으로부터 $a=4$ 또는 $a=-1$이다. 한편 $\alpha\beta=-\beta^2<0$이므로 $\alpha\beta=-(a-2)<0$이어야 한다. 즉, $a>2$를 만족해야 한다. 그러므로 구하고자 하는 값은 $a=4$이다.

**1.41**

풀이 두 근이 모두 음수이기 위하여

$$D/4=a^2-(2a-3)=(a-1)^2+2\geq 0,\ \alpha+\beta=-2a<0,\ \alpha\beta=2a-3>0$$

이어야 한다. 따라서 세 조건으로부터 $a$의 범위는 각각 다음과 같다.

$$\text{모든 실수},\ a>0,\ a>\frac{3}{2}$$

그러므로 세 조건을 모두 만족시키는 $a$의 범위는 $a>\frac{3}{2}$이다.

**1.43**

풀이 양변을 $1+i$로 나누면,

$$x^2-\frac{2(1-i)}{1+i}x-1=0\ ;\ xx^2+2i\,x-1={}^2+2i\,x+i^2=(x+i)^2=0$$

이므로 $x=-i\pm\sqrt{(-i)^2+1}=-i$(중근)이다.

**1.45**

풀이 방정식에 $|2x-1|$가 포함되어 있으므로 $x\geq\frac{1}{2}$인 경우와 $x<\frac{1}{2}$인 경우로 구분하여 조건에 맞는 근을 구한다.

(i) $x \geq \frac{1}{2}$인 경우 : $x^2 + |2x-1| - 7 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2) = 0$ 이므로 $x = -4$ 또는 $x = 2$이고, $x \geq \frac{1}{2}$이므로 주어진 이차방정식의 근은 $x = 2$이다.

(ii) $x < \frac{1}{2}$인 경우 : $x^2 + |2x-1| - 7 = x^2 - (2x-1) - 7 = x^2 - 2x - 6 = 0$이므로

$$x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-6)} = 1 \pm \sqrt{7}$$

이고, $x < \frac{1}{2}$이므로 주어진 이차방정식의 근은 $x = 1 - \sqrt{7}$이다.