제 2 장

신호와 시스템의 특성

책의 ‘1절 신호의 분류’와 관련하여 책에서 다룬 신호의 분류 중 일부에 대해 상세한 보충 설명을 추가하였다.

책의 ‘2절 시스템의 분류’와 관련하여 책에서 소개한 기준에 의한 시스템 분류에 대해 추가적인 설명을 보충하였을 뿐만 아니라, 개념 이해를 도울 수 있는 예제들을 추가하였다.

이 장의 주제들은 개념을 잘 이해해둘 필요가 있으므로 심화학습 자료를 통해 명확히 익혀두기 바란다.

2.1 신호의 분류

2.1.1 시간에 따른 분류 : 연속 신호와 이산 신호

이산 신호는 불연속적인 시간에서만 값이 존재하는 신호로서, 관심의 대상이 되는 값(숫자)들을 순서대로 늘어놓은 수열과 같다. 따라서 컴퓨터로 처리하기에 매우 적합하다. 그러므로 이산 신호와 연속 신호는 본질적으로 '신호'라는 점에서는 동일하지만, 이산 신호가 표현과 취급이 좀 더 쉽고 단순하다고 할 수 있다.

이산 신호 중에는 연속 신호를 샘플링하여 얻는 것들도 많은데, 원래의 연속 신호와 샘플링된 이산 신호의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$x[n] = x(t)|_{t=nT} = x(nT), \quad n = \cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots \tag{C2.1}$$

2.1.2 주기성에 따른 분류 : 주기 신호와 비주기 신호

일정한 패턴이 지속적으로 반복되는 주기성은 많은 자연 현상에서 관찰된다. 지구와 같이 태양을 중심으로 회전하는 행성의 궤도나 혜성의 궤도, 철새의 이동 경로, 표준시 측정에 활용되는 세슘 원자의 진동(복사선 주파수) 등은 대표적인 예라 할 수 있다. 또한 주기성을 인공적으로 기계 장치에 활용하는 예로는 컴퓨터나 시계의 결정 발진자, 교류 발전기, 자동차 엔진의 점화 사이클 등 매우 다양하며, 유용하게 활용되고 있다.

<Note> 우리가 다루는 물리적인 신호는 주기 신호인가?
주기 신호와 관련하여 유념해야 할 점은 식 (2.3)의 사전적 정의에 의한 주기 신호는 실제로 존재하지 않는다는 사실이다. 왜냐하면 시간 $-\infty$에서부터 $+\infty$까지 존재하는 신호(이런 신호를 **영속**everlasting **신호**라고 한다)여야만 식 (2.3)이 성립할 수 있는데, 이는 물리적으로 불가능하기 때문이다. 우리는 오로지 특정 시간에 시작해서 특정 시간에 종료되는 신호들을 대상으로 분석하고 처리할 수 있을 뿐이다. 하지만 분석과 처리가 이루어지기 훨씬 전부터 존재하였고 이후에도 오래 지속되는 경우는 종종 있으며, 이런 관점에서 그런 신호들은 주기 신호로 간주해도 무방할 것이다.

2.1.4 발생 패턴에 따른 분류 : 확정 신호와 불규칙 신호

잡음

신호가 시스템에 의해 처리되고 전달되는 과정에서 시스템의 동작을 방해하는 원치 않는 신호들이 끼어들게 되는데, 이를 보통 잡음이라고 부른다. 이러한 잡음은 스펙트럼이 특정한

주파수 대역에 국한 되는 것과 그렇지 않고 전 주파수 대역에 걸쳐서 분포하는 두 경우로 나누어볼 수 있다. 전자의 경우는 주파수 선택frequency selective 필터를 사용하여 걸러낼 수 있지만, 후자의 경우는 이러한 조작이 불가능하므로 확률 이론에 의해 불규칙 신호로 모델링하여 통계적statistical 신호 처리 기법을 적용해야 한다. 실제 시스템에서 나타나는 대부분의 잡음은 수학적으로 정확하게 특성을 기술할 수 있는 확정 신호가 아니라 불규칙 신호로 취급된다. 왜냐하면, 일반적으로 잡음을 발생시키는 물리적인 법칙에 대한 정보가 충분하지 않을뿐더러, 잡음의 발생 메카니즘이 매우 복잡하여 잡음을 정확하게 기술하는 것이 실제적이지 못하기 때문이다.

2.1.5 에너지에 따른 분류 : 에너지 신호와 전력 신호

에너지 신호와 전력 신호의 구분은 신호를 주파수 영역으로 변환할 때 관련이 된다. 주파수 영역으로의 변환은 변환된 표현의 수렴이 보장된다는 전제하에 가능한데, 에너지 신호만이 푸리에 변환의 수렴 조건을 충족시키는 유일한 신호 그룹이다. 전력 신호들은 푸리에 변환의 수렴 조건을 충족시키진 않지만 워낙 활용도가 큰 신호 그룹이라 억지로 푸리에 변환이 존재하는 것으로 간주하여 취급하게 된다. 그러나 (책)[그림 2-5(c)]의 램프 신호와 같이 에너지 신호도 전력 신호도 아닌 신호들은 푸리에 변환이 도저히 불가능하여 라플라스 변환을 통해 주파수 영역으로 표현을 바꿀 수 있게 된다.

2.2 시스템의 분류

2.2.2 선형 시스템과 비선형 시스템

가장 단순하게 얘기하자면 선형성은 입력과 출력의 관계가 입출력 공간에서 직선으로 나타나는 성질이다. 그런데 이때 주의할 점은 직선이 반드시 원점을 통과해야 선형성이 만족된다는 사실이다.

예를 들어, 입출력 관계가 $y(t)=2x(t)+1$인 시스템이 있다고 하자. 이 시스템에 입력으로 $2x(t)$를 인가하면, 출력은 $y'(t)=2(2x(t))+1 = 4x(t)+1 \neq 2y(t)$으로 동차성이 만족되지 않는다. 뿐만 아니라 $x_1(t)+x_2(t)$를 입력으로 인가하면, 출력이 $y'(t)=2(x_1(t)+x_2(t))+1 = 2x_1(t)+2x_2(t)+1 \neq y_1(t)+y_2(t)$으로 가산성도 만족하지 않는다. 반면에 $y(t)=2x(t)$와 같은 시스템은 동차성과 가산성이 항상 만족되는 선형 시스템이 됨을 쉽게 확인할 수 있다.

선형 시스템의 입력과 출력의 관계가 입출력 공간에서 원점을 지나는 직선이 되어야 한다는 사실의 의미가 중요해지는 경우는 외부 입력 외에 시스템 내부의 초기 조건에 의해서도 출력 성분이 존재하는 경우로서 이에 대해서는 4장의 심화학습 자료에서 자세히 살펴보기로 한다.

■ 예제 C2-1 : *RC 회로의 선형성 판별*
(책)[예제 2-5]에서 다루지 않은 (책)[예제 1-1]의 RC회로의 수학적 모형 식 (1.4)를 이용하여 선형 시스템인지를 판별해보자.

$$v_s(t)=RC\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t) \tag{1.4}$$

$H[v_{s1}(t)]=v_{C1}(t)$, $H[v_{s2}(t)]=v_{C2}(t)$라고 두면 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{dv_{C1}(t)}{dt}+2v_{C1}(t)=v_{s1}(t) \quad \cdots \text{①}$$
$$\frac{dv_{C2}(t)}{dt}+2v_{C2}(t)=v_{s2}(t) \quad \cdots \text{②}$$

α×① + β×②를 하면

$$\frac{d(\alpha v_{C1}(t)+\beta v_{C2}(t))}{dt}+2(\alpha v_{C1}(t)+\beta v_{C2}(t))=\alpha v_{s1}(t)+\beta v_{s2}(t)$$

$H[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)]=\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)$가 성립하므로 선형 시스템이다. ■

2.2.3 시불변 시스템과 시변 시스템

■ 예제 C2-2 : *시스템의 시불변성 판별*
입출력 관계가 $y(t) = \cos x(t)$로 주어지는 시스템이 시불변 시스템인지 아닌지를 판별하려면 $y(t-t_0) = H\{x(t-t_0)\}$가 성립하는지 확인하면 된다.
먼저 $y(t)$를 t_0만큼 시간 이동한 신호는 다음과 같고

$$y(t-t_0) = \cos x(t-t_0)$$

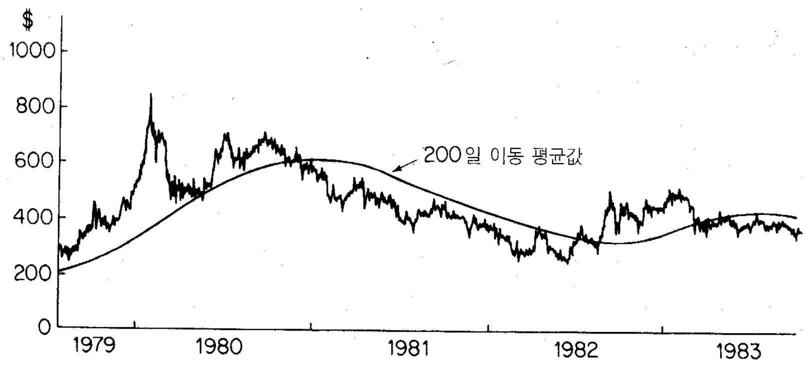
t_0만큼 시간 이동한 입력 신호 $x'(t) = x(t-t_0)$를 인가했을 경우의 시스템 출력은

$$y'(t) = H\{x'(t)\} = \cos x'(t) = \cos x(t-t_0) = y(t-t_0)$$

가 되므로 이 시스템은 시불변 시스템이다. ■

2.2.4 인과 시스템과 비인과 시스템

■ 예제 C2-3 : *인과 시스템과 비인과 시스템*
매일의 주식 가격, 금값, 평균 기온 등의 그래프는 [그림 C2-1]에서 보듯이 값의 변화가 들쭉날쭉하여 분석하기가 쉽지 않다. 그러므로 보통 여러 날의 값을 평균을 취하여 단순한 곡선으로 근사화해서 분석과 예측에 활용하게 된다.



[그림 C2-1] 금의 달러화 값 1979-1983

가장 단순한 경우로, 다음과 같이 3점의 이동 평균을 취하여 근사화한다고 하자.

$$\text{시스템 1 : } y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

$$\text{시스템 2 : } y[n] = \frac{1}{3}(x[n+1] + x[n] + x[n-1])$$

시스템 1은 n 순간의 값을 n, $n-1$, $n-2$ 시점의 값을 이용하여 근사화하므로 인과 시스템이다. 반면에 시스템 2는 n 순간의 값을 근사화하는 데 $n+1$ 순간의 값이 사용되므로, 이 시스템은 비인과 시스템이 된다. 시스템 1은 실시간 처리가 가능하지만 시스템 2는 실시간 처리가 불가능하다. ■

2.2.5 안정 시스템과 불안정 시스템

■ 예제 C2-4 : *시스템의 안정도 판별*

입출력 관계가 $y(t)=e^{x(t)}$로 주어지는 시스템이 안정한 시스템인지 아닌지 확인해보자.
입력 $x(t)$가 $|x(t)| \leqq M_x$을 만족할 경우 출력의 크기는 다음과 같이 된다.

$$|y(t)| = |e^{x(t)}| = e^{x(t)} \leqq e^{M_x} < \infty$$

따라서 이 시스템은 안정한 시스템이다. ■