

신호와 시스템의 개요

책의 ‘1절 신호와 시스템의 개념’과 관련하여 신호 처리의 예를 추가적으로 보충 설명하여 신호 처리에 대한 이해를 도울 수 있도록 하였다.

또한 책의 ‘2절 신호와 시스템의 표현’과 관련하여 궤환 연결의 개념과 적절한 예를 추가적으로 보충 설명하였고, 수학적 모형화와 관련하여 RLC 직렬회로를 대상으로 자세히 살펴 보았다.

마지막으로 책의 ‘3절 관련 기초 개념’과 관련하여 위상에 대한 이해를 도울 수 있는 예제를 추가하였다.

이러한 심화 학습 자료를 통해 책에서 다룬 내용들을 더 잘 이해하고 좀 더 깊이 있게 학습할 수 있을 것이다.

1.1 신호와 시스템의 개념

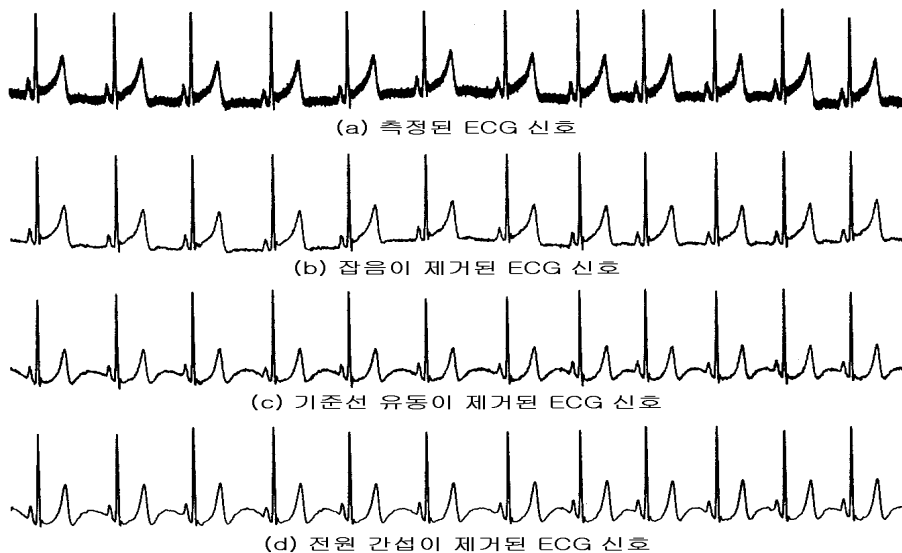
1.1.3 신호 처리

정보의 추출, 가공, 송수신, 이용은 일상생활에서 다반사로 일어나는 행위이다. 따라서 신호 처리 기술이 필연적으로 개입될 수밖에 없으며, 사회와 기술 발전의 추세에 따라 신호 처리의 응용 분야는 급속도로 팽창하고 있다.

영국에서 열리는 프리미어리그 축구 경기를 한국의 내 집 거실 TV에서 실황으로 시청하는 경우를 생각해 보자. 축구 경기장에서 방송 팀이 경기를 촬영하면 영상 및 음성 신호가 만들어져 경기장 옆에 서있는 중계차로 보내진다. 중계차에서는 이를 송신에 적합한 신호로 변환하여 무선으로 방송국에 송신한다. 방송국에서는 이 신호를 다시 변환하여 중계 위성으로 송신하게 되고, 중계 위성은 이를 한국의 기지국으로 재전송한다. 기지국에서 수신된 신호는 방송국으로 다시 송신되고, 방송국에서는 수신된 영상 및 음성 신호를 방송용으로 변환하여 대기 중으로 전파를 방사한다. 그러면 집 TV 안테나가 대기 속에 퍼져 있는 수많은 신호들 가운데 TV 채널이 지정한 특정 방송사의 전파를 검출하게 된다. 이것을 집의 TV가 사람이 보고 들을 수 있는 신호로 바꾼 뒤 신호의 세기를 증폭하여 영상은 LCD 패널로 음성은 스피커로 분리하여 보내면, 최종적으로 영상과 음성이 재생되어 즐겁게 프리미어리그 축구 경기를 관람할 수 있는 것이다.

■ 예제 C1-1 : 심전도(ECG) 신호의 처리

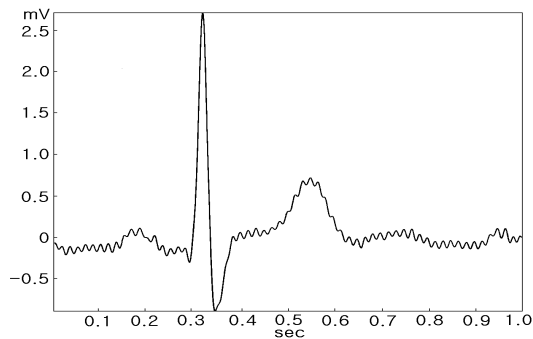
책 1.1.1절에서 소개한 심전도 신호는 실제로는 (책)[그림 1-2]와 같은 깨끗한 파형이 아니다. 심전도를 측정할 때 전극을 통해 감지되는 전압은 mV 정도의 극히 미약한 신호이므로 전극의 위치나 상태와 같은 측정 환경, 근육의 움직임, 계측기 전원 등의 영향을 받아 [그림 C1-1(a)]와 같이 고주파 잡음과 기준선 유동, 전원 간섭이 혼재된 신호가 측정된다.



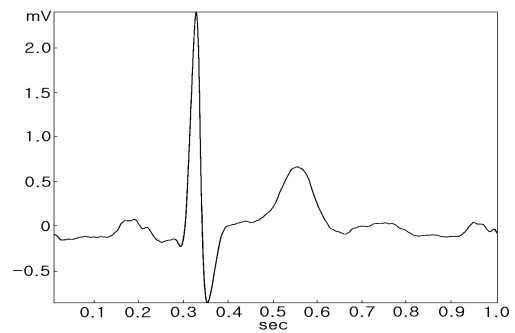
[그림 C1-1] ECG 신호의 처리

이 측정 신호에 대해 먼저 저역 통과 필터를 이용하여 고주파 잡음을 없애면 [그림 C1-1(b)]와 같은 파형을 얻게 된다. 그림에서 파형의 기준선이 천천히 변동하는 기준선 유동 현상을 관찰할 수 있는데, 기준선 유동은 저주파 특성을 보이므로 고역 통과 필터에 의해 제거할 수 있다.

이렇게 얻은 [그림 C1-1(c)]의 파형을 보면 여전히 깨끗하지 못하고 전원의 간섭에 의한 진동이 섞여 있다. 이와 같은 전원에 의한 간섭 현상은 생체 신호의 계측에서 흔히 발생하는 문제로, 정확한 진단을 위해서는 반드시 제거 또는 감소해야 한다. 간섭을 일으키는 신호는 전원 주파수 또는 그의 정수배인 고조파 성분이므로 특정 주파수 주변의 좁은 구간의 주파수 성분을 제거하는 노치 필터를 이용하여 간섭 신호를 제거하면 된다. 그 결과 최종적으로 얻은 파형은 [그림 C1-1(d)]와 같다. [그림 C1-2]는 전원 간섭 제거 효과를 더 확실하게 보여주기 위해 ECG 신호의 한 주기 파형을 확대하여 나타낸 것이다. [그림 C1-2(a)]는 전원 간섭이 존재하는 파형이고 [그림 C1-2(b)]는 노치 필터에 의해 전원 간섭이 제거된 깨끗한 파형이다.



(a) 전원 간섭이 있는 ECG 신호



(b) 전원 간섭이 제거된 ECG 신호

[그림 C1-2] 노치 필터에 의한 ECG 신호의 전원 간섭 제거

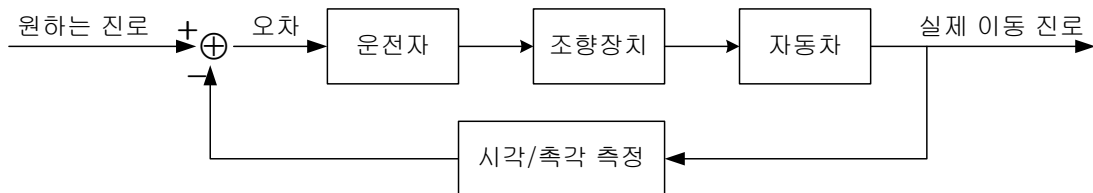
1.2 신호와 시스템의 표현

1.2.1 시각적 표현 : 파형과 블록선도

폐환 연결

폐환(feedback)은 폐로를 형성하여 출력을 입력단으로 되먹여 입력과 비교될 수 있게 하는 동작으로서, 많은 신호 처리 장치나 제어 시스템에서 요긴하게 사용된다. 폐환 연결에서는 통상 (책) [그림 1-7]에서도 볼 수 있듯이 신호의 감지(sensing)와 비교 동작이 요구된다. 폐환은 시스템의 안정도나 감도의 개선, 오차 감소, 과도응답 조정 및 제어의 용이성, 외란 및 잡음 제거 등을 위해 주로 활용된다.

실생활에서 흔히 볼 수 있는 폐환의 예로 자동차 진행 방향 조절(조향)을 들 수 있다. 운전자가 자기 차선을 지키며 앞으로 진행할 때, 계속 눈으로 차의 진행 방향을 확인하여 차선을 벗어나지 않도록 핸들을 좌우로 조작함으로써 제 차선을 유지하도록 한다. 이를 간단하게 블록선도로 나타내면 아래의 [그림 C1-3]과 같이 된다.

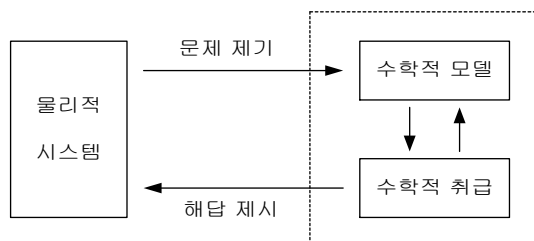


[그림 C1-3] 자동차의 조향 제어

1.2.2 이론적 표현 : 수학적 모형화

시스템 연구의 체계

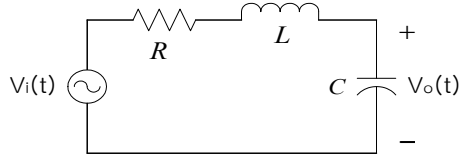
시스템을 분석, 설계하는 데 있어서 물리적인 시스템과 신호가 아니라 신호와 시스템의 수학적 모델에 수학적 방법을 적용하므로 그 결과의 유용성은 모델의 정확성에 달려 있다고 볼 수 있다. 예로 든 전기회로와 같이 수학적 모델을 얻기가 쉬운 시스템도 있지만 우주선과 같이 모델링이 매우 복잡하고 어려운 시스템들도 있다.



[그림 C1-4] 시스템 연구의 체계

■ 예제 C1-2 : RLC 직렬회로의 수학적 모형화

[그림 C1-5]의 RLC 직렬회로에 대한 수학적 모델을 몇 가지 형태로 구해 보자.
단 $R = 3[\Omega]$, $L = 1[H]$, $C = 0.5[F]$ 이다.



[그림 C1-5] RLC 직렬회로

① 입출력 표현(시간 영역, 미분 방정식)

폐로 전류를 $i(t)$ 라 두고, 폐로에 Kirchhoff의 전압 평형에 관한 법칙(KVL)을 적용하면

$$v_i(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt \quad (C1-1)$$

그런데 폐로 전류는 다음과 같이 나타낼 수 있으므로

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} = C\frac{dv_o(t)}{dt} \quad (C1-2)$$

이를 앞에서 구한 회로방정식에 대입하면

$$v_i(t) = LC\frac{d^2v_o(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t)$$

주어진 회로소자 값을 대입하여 정리하면

$$\frac{d^2v_o(t)}{dt^2} + 3\frac{dv_o(t)}{dt} + 2v_o(t) = 2v_i(t) \quad (C1-3)$$

② 입출력 표현(주파수 영역, 전달 함수와 주파수 응답)

위에서 얻어진 식 (C1-3)을 라플라스 변환하면

$$s^2 V_o(s) + 3s V_o(s) + 2 V_o(s) = 2 V_i(s)$$

따라서 복소 주파수(s) 영역에서 표현된 입력과 출력의 비로 정의되는 전달 함수 $H(s)$ 는 다음과 같이 된다.

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} \quad (C1-4)$$

주파수 응답 $H(\omega)$ 은 푸리에 변환된 입력과 출력의 비로서 주파수의 함수로 주어지며, 다음과 같이 전달함수 $H(s)$ 에서 $s = j\omega$ 로 두어 간단히 얻을 수 있다.

$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{2}{(j\omega)^2 + 3(j\omega) + 2} = \frac{2}{(2 - \omega^2) + j3\omega} \quad (C1-5)$$

③ 입출력 표현(시간영역, 컨벌루션)

임펄스 응답 $h(t)$ 는 식 (C1-4)를 역 라플라스 변환하여 구할 수 있다. $H(s)$ 를 부분분수 전개하면

$$H(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

이를 역변환하면 다음과 같이 임펄스 응답이 얻어진다.

$$h(t) = 2e^{-t} - 2e^{-2t}$$

이 임펄스 응답을 이용하여 입출력 관계를 나타내면 다음과 같이 된다.

$$v_o(t) = \int h(t-\tau)v_i(\tau)d\tau \quad (C1-6)$$

④ 상태공간 표현

$v_o(t) = v_o(t)$ 임을 이용하여 식 (C1-1)과 식 (C1-2)를 좌변에 1차 미분항만 남도록 다시 정리하면

$$\begin{cases} \frac{dv_o(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t) \\ \frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{L}v_o(t) - \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}v_i(t) \end{cases}$$

상태변수를 $x_1(t) = v_o(t)$, $x_2(t) = i(t)$ 로 정의하고 시스템의 출력을 $y(t)$ 로 나타내면, 위 식은 다음과 같이 행렬을 이용하여 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_i(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i(t) \quad (C1-7a)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (C1-7b)$$

일반적으로 저장(기억) 능력을 가진 시스템 구성 요소와 관련된 변수를 상태변수로 잡게 되며, 전기회로에서는 L 에 흐르는 전류와 C 에 걸리는 전압을 상태변수로 두면 된다.

상태변수는 시스템의 과거, 현재, 미래의 동작 특성에 대한 정보를 담고 있는 변수이며, 실제의 물리적 신호나 가상적 신호 모두 상태변수가 될 수 있다. ■

1.3 관련 기초 개념

1.3.1 정현파와 진폭, 위상, 주기, 주파수

두 정현파를 시간축 상에서 같은 시간만큼 이동시켰다고 하더라도 두 정현파의 주파수에 따라 위상은 달라진다는 사실을 유의해야 한다.

■ 예제 C1-3 : 주파수에 따른 위상의 차이

다음과 같이 주파수가 1[Hz]와 2[Hz]인 두 정현파가 있다.

$$x(t) = \cos(2\pi t)$$

$$y(t) = \cos(4\pi t)$$

이 두 정현파를 $t_1 = 0.3$ 만큼 시간 지연시키면

$$x(t-t_1) = \cos(2\pi(t-t_1)) = \cos(2\pi t - 2\pi t_1) = \cos(2\pi t - 0.6\pi)$$

$$y(t-t_1) = \cos(4\pi(t-t_1)) = \cos(4\pi t - 4\pi t_1) = \cos(4\pi t - 1.2\pi)$$

$x(t-t_1)$ 은 위상이 $\phi = 0.6\pi$ 이지만 $y(t-t_1)$ 는 위상이 $\theta = 1.2\pi$ 이다. $y(t-t_1)$ 은 주파수가 2[Hz]로 $x(t-t_1)$ 의 주파수 1[Hz]의 두 배인데, 위상 또한 $\theta = 2\phi$ 로 두 배가 된다. 다시 말해 같은 시간 이동에 대한 정현파의 위상 값은 주파수에 비례하여 달라진다. 이는 (책)식 (1.12)에 의해서도 확인된다. ■